Od preprostih krivulj do znanstvene fantastike

FAMNITovi izleti v matematično vesolje

Karla Ferjančič

Koper, 22. 1. 2020

Od preprostih krivulj do znanstvene fantastike

Kaj je animacija?

- Ustvarjanje sprememb v zaporedju slik ali položajev objektov, ki jih po opravljenih spremembah predvajamo kot novo celoto. S tem dosežemo iluzijo zveznega premikanja.
- Pri animaciji v večini primerov ne posnemamo povsem resničnega sveta, ampak dajemo poudarke na določene aspekte.
- Največkrat se pri tem izpostavlja 12 principov animacije, ki jih mora vsebovati vsaka dobra animacija.

- V računalniški grafiki animiramo tako, da premikamo virtualne objekte.
- Pozicije, ki jih ustvarjamo, se prevedejo na koordinate v preglednici, računalnik pa zapolni vmesne slike, primer.

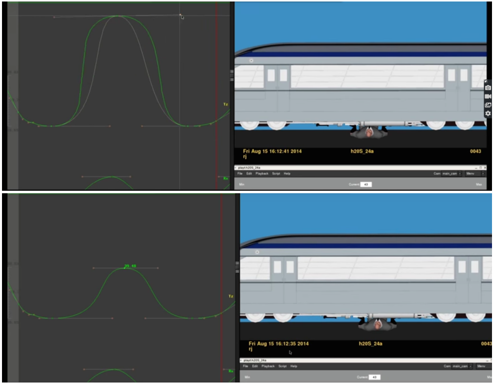
- V računalniški grafiki animiramo tako, da premikamo virtualne objekte.
- Pozicije, ki jih ustvarjamo, se prevedejo na koordinate v preglednici, računalnik pa zapolni vmesne slike, primer.
- Naloga animatorja je, da privzeto robotsko premikanje, spremeni v primerno (lepo) gibanje.
- Kako zapolnimo te vmesne položaje pa je odvisno od tega, kako prek računalnika definiramo gibanje iz ene pozicije v drugo.
- Obstaja veliko načinov, kako lahko zapolnimo vmesne pozicije, vsem pa je skupno, da jih lahko opišemo z matematičnimi funkcijami (zlepki funkcij).

- V računalniški grafiki animiramo tako, da premikamo virtualne objekte.
- Pozicije, ki jih ustvarjamo, se prevedejo na koordinate v preglednici, računalnik pa zapolni vmesne slike, primer.
- Naloga animatorja je, da privzeto robotsko premikanje, spremeni v primerno (lepo) gibanje.
- Kako zapolnimo te vmesne položaje pa je odvisno od tega, kako prek računalnika definiramo gibanje iz ene pozicije v drugo.
- Obstaja veliko načinov, kako lahko zapolnimo vmesne pozicije, vsem pa je skupno, da jih lahko opišemo z matematičnimi funkcijami (zlepki funkcij).

Tu se srečata matematika in umetnost.

Kako poteka animiranje?

- Določimo ključne položaje objekta na časovnem traku.
- Določimo način prehoda med posameznimi stanji tako, da prilagodimo krivulje.
- Časovno uskladimo posamezne animacije.


Fri Aug 15 16:12:41 2014
h20S_24a
0043
Fri Aug 15 16:12:35 2014
h20S_24a
0043

Animacijske krivulje

Določajo kako se med ključnimi pozicijami spreminjajo animirane vrednosti (npr. položaj, orientacija objekta ...):

- linearna interpolacija,
- Bézierova interpolacija.

Linearna interpolacija

Določimo ključne pozicije objekta in nato vmesne pozicije:

- ročno,
- s pomočjo računalnika.

Linearna interpolacija

Določimo ključne pozicije objekta in nato vmesne pozicije:

- ročno,
- s pomočjo računalnika.

Privzeto računalnik poveže ključne pozicije s premicami, temu rečemo :

linearna interpolacija

$$\mathbf{x} = (1-t)\mathbf{a} + t\mathbf{b}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Rezultat so enakomerno razporejeni odmiki med pozicijami.

Linearna interpolacija

Določimo ključne pozicije objekta in nato vmesne pozicije:

- ročno,
- s pomočjo računalnika.

Privzeto računalnik poveže ključne pozicije s premicami, temu rečemo :

linearna interpolacija

$$\mathbf{x} = (1-t)\mathbf{a} + t\mathbf{b}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Rezultat so enakomerno razporejeni odmiki med pozicijami.
Kako bi z uporabo linearne interpolacije dosegli bolj realistično gibanje?

Linearna interpolacija

Določimo ključne pozicije objekta in nato vmesne pozicije:

- ročno,
- s pomočjo računalnika.

Privzeto računalnik poveže ključne pozicije s premicami, temu rečemo :

linearna interpolacija

$$\mathbf{x} = (1-t)\mathbf{a} + t\mathbf{b}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Rezultat so enakomerno razporejeni odmiki med pozicijami.
Kako bi z uporabo linearne interpolacije dosegli bolj realistično gibanje?
Odsekoma linearna interpolacija.

Bézierove krivulje

- Z razvojem tehnologije in računalnikov se v poznih 50. letih pojavi potreba po čimbolj natančnem prenosu oblik in idej oblikovalcev v proizvodnjo.
- Začetni koraki v avtomobilski industriji: inženirja P. de Casteljau (1930-) pri Citroënu in P. Bézier (1910-1999) pri Renaultu.
- Ker so bile raziskave de Casteljaua tretirane kot poslovna skrivnost, Bézierove pa objavljene, se danes za ta razred krivulj in ploskev uporablja Bézierovo ime.
- Bézierove krivulje prinašajo enostaven opis krivulje z malo podatki, enostavno spreminjanje oblike ter uporabne lastnosti za računalniško predstavitev.
- Zahtevnejše oblike opišemo s sestavljenimi Bézierovimi krivuljami, ki z lokalno nižjimi stopnjami omogočajo večjo numerično stabilnost.

Parametrične krivulje

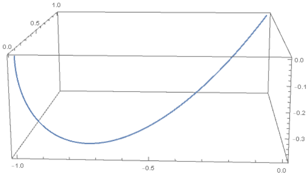
- So zelo pomembni objekti v CAGD.

Parametrične krivulje

- So zelo pomembni objekti v CAGD.
- Parametrizacija krivulje $\mathbf{p}$ (prostorska parametrična krivulja):

$$\mathbf{p} : I \to \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{p}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \quad I \subset \mathbb{R}$$

- Zaželjene so predvsem polinomske (racionalne) parametrične krivulje.
- Zgled: $\mathbf{p} : [0,1] \to \mathbb{R}^3, \mathbf{p}(t) = (t^3 - t, t^2 - 1, t^3)^\top$

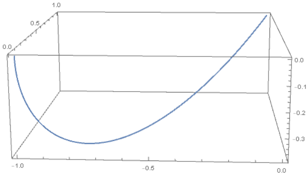


Parametrične krivulje

- So zelo pomembni objekti v CAGD.
- Parametrizacija krivulje $\mathbf{p}$ (prostorska parametrična krivulja):

$$\mathbf{p} : I \to \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{p}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \quad I \subset \mathbb{R}$$

- Zaželjene so predvsem polinomske (racionalne) parametrične krivulje.
- Zgled: $\mathbf{p} : [0,1] \to \mathbb{R}^3, \mathbf{p}(t) = (t^3 - t, t^2 - 1, t^3)^\top$



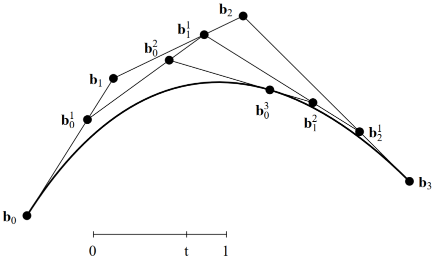
- Zapis v drugi obliki?

De Casteljauov algoritem

- Geometrijska konstrukcija Bézierovih krivulj.
- Je eden najosnovnejših na področju oblikovanja krivulj in ploskev.
- Zgled: parabola, demo.

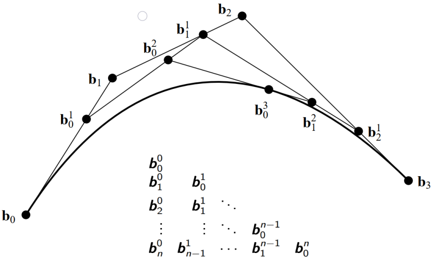
De Casteljauov algoritem

- Geometrijska konstrukcija Bézierovih krivulj.
- Je eden najosnovnejših na področju oblikovanja krivulj in ploskev.
- Zgled: parabola, demo.
- Temelji na ponavljanju linearne interpolacije.



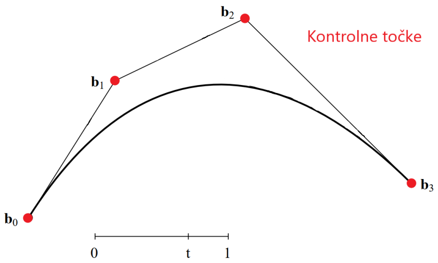
De Casteljauov algoritem

- Geometrijska konstrukcija Bézierovih krivulj.
- Je eden najosnovnejših na področju oblikovanja krivulj in ploskev.
- Zgled: parabola, demo.
- Temelji na ponavljanju linearne interpolacije.



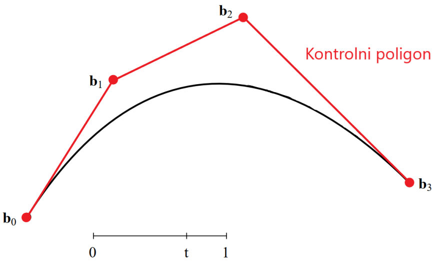
De Casteljauov algoritem

- Geometrijska konstrukcija Bézierovih krivulj.
- Je eden najosnovnejših na področju oblikovanja krivulj in ploskev.
- Zgled: parabola, demo.
- Temelji na ponavljanju linearne interpolacije.



De Casteljauov algoritem

- Geometrijska konstrukcija Bézierovih krivulj.
- Je eden najosnovnejših na področju oblikovanja krivulj in ploskev.
- Zgled: parabola, demo.
- Temelji na ponavljanju linearne interpolacije, zgled (stopnja 3).



Bernsteinova oblika Bézierove krivulje

- Opazimo: Krivuljo lahko zapišemo kot linearno kombinacijo posebnih polinomov in kontrolnih točk.

Bernsteinova oblika Bézierove krivulje

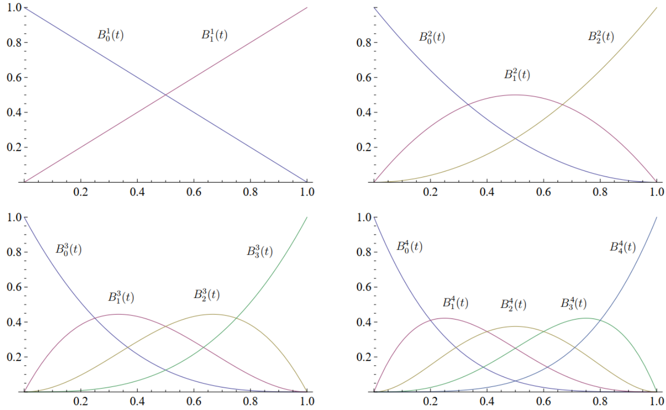
- Opazimo: Krivuljo lahko zapišemo kot linearno kombinacijo posebnih polinomov in kontrolnih točk.
- Glavno vlogo pri tem igrajo Bernsteinovi polinomi (Sergei Natanovich Bernstein, 1880-1968).

Bernsteinovi bazni polinomi

Bernsteinov bazni polinom stopnje n z indeksom $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ je definiran kot

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad t \in [0, 1].$$

Grafi Bernsteinovih baznih polinomov stopnje ≤ 4 :



Bézierova krivulja

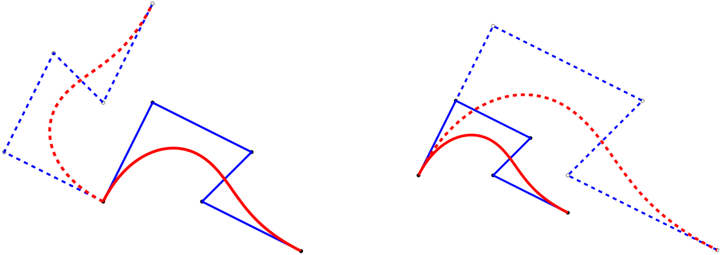
$$\mathbf{b}^n(t) = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{b}_i B_i^n(t)$$

Bézierova krivulja

$$\mathbf{b}^n(t) = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{b}_i B_i^n(t)$$

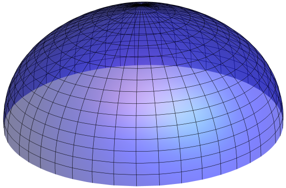
Bézierove krivulje imajo nekaj pomembnih lastnosti za oblikovanje:

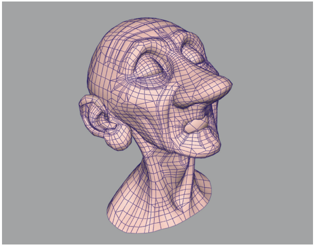
- Prva in zadnja točka sta interpolacijski.
- Krivulja leži v konveksni ovojnici kontrolnih točk.
- Afine transformacije lahko izvajamo le na kontrolnih točkah.
- ...



Posplošitve

- Racionalne Bézierove krivulje, ki z dodatnimi parametri omogočajo še boljše interaktivno oblikovanje.
- Krivulje B-zlepkov, so nadgradnja Bézierovih krivulj, ki ponujajo boljši lokalni nadzor nad krivuljo in enostavnejše pogoje odvedljivosti, prinašajo pa zahtevnejšo implementacijo in večjo računsko zahtevnost.
- NURBS, ki temeljijo na ideji racionalnih krivulj, le da imajo za bazo B-zlepke.
- Bézierove ploskve, ki so jih precej uporabljali v avtomobilski industriji.





Slika: Geri's game (1997), kratki animirani film (Pixar), ki je bil leta 1998 nagrajen z Akademsko nagrado za najboljši kratki animirani film. Levo: kontrolna mreža, desno: Geri.

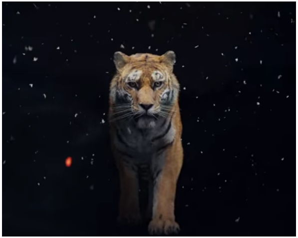
Danes se Bézierove krivulje in ploskve uporabljajo kot osnovna implementacija krivulj in ploskev na računalnikih na področju geometrijskega in industrijskega oblikovanja, znanstvenih raziskovanj in modeliranj ter v industriji zabave (filmi, 3D računalniške igre...).

Blender

- Predstavitev programa.
- Spoznavanje z uporabniškim vmesnikom.
- Osnove animiranja s programom Blender.

Predstavitev programa Blender

- Blender je odprto programsko orodje za grafično 3D modeliranje, animiranje, komponiranje, post produkcijo, 3D manipulacijo v realnem času, izdelovanje 3D računalniških iger in predvajalnik naštetega.
- Vključuje tudi vgrajen programski jezik Python, s katerim lahko uporabnik avtomatizira in dodatno razširi možnosti tega programa.
- Idejni vodja in glavni programer: Ton Roosendaal
- Februar 2019: „Oskar za animacije“ („Annie Award ceremony“), ki jih vsako leto podeljuje ASIFA-Hollywood



Slika: Dva primera iz uporabe Blenderja.

Literatura

- G.Farin, J. Hoschek, M.s.Kim, Handbook of Computer Aided Geometric Design, 2002.
- G.Farin, Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design, 2002.
- T.W.Sederberg, Computer sided geometric design, course notes, 2009.
- G.Jaklič, Krivulje in ploskve v računalniško podprtem geometrijskem oblikovanju, 2011.
- C. Bohak, Delovni zapiski izobraževanja: 3D modeliranje z orodjem Blender, 2018.
- www.blender.org
- www.khanacademy.org

Hvala za pozornost.