

Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

# Usklajevanje mnenj s pomočjo matematike

Matjaž Krnc



Izleti v matematično veselje  
Koper, 17.1.2018

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

*Consensus doesn't happen by magic... You have to drive to it.*

Christine Quinn Read

Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov  
Problem naključnega bara  
Kakšno rešitev želimo?  
Opis problema

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov  
Problem naključnega bara  
Kakšno rešitev želimo?  
Opis problema

## Problem bizantinskih generalov

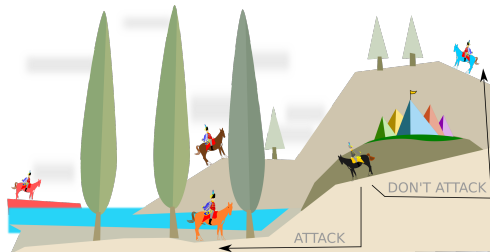
- Vsaki enoti bizantinske vojske poveljuje drug general; nekateri od njih so podkupljeni.
- Različne enote so razporejene okrog napadenega mesta.
- Omejena komunikacija! Generali komunicirajo s pomočjo kurirjev.



Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov  
Problem naključnega bara  
Kakšno rešitev želimo?  
Opis problema

# Problem bizantinskih generalov



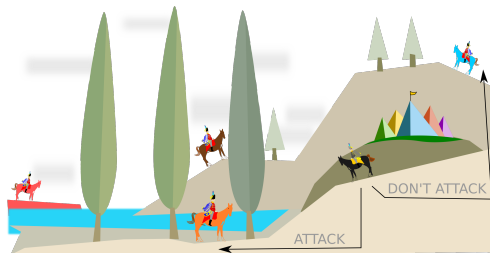
## Cilji:

- Vsi pošteni generali se odločijo enako.
- Odločitev je sprejeta v doglednem času.
- Majhno število izdajalcev ne more prisiliti poštenih generalov k slabemu načrtu.

Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov  
Problem naključnega bara  
Kakšno rešitev želimo?  
Opis problema

## Problem bizantinskih generalov



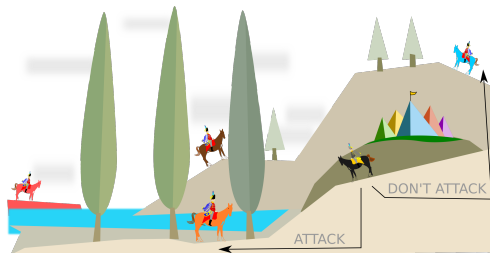
### Cilji:

- Vsi pošteni generali se odločijo enako.
- Odločitev je sprejeta v doglednem času.
- Majhno število izdajalcev ne more prisiliti poštenih generalov k slabemu načrtu.

Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov  
Problem naključnega bara  
Kakšno rešitev želimo?  
Opis problema

# Problem bizantinskih generalov



## Cilji:

- Vsi pošteni generali se odločijo enako.
- Odločitev je sprejeta v doglednem času.
- Majhno število izdajalcev ne more prisiliti poštenih generalov k slabemu načrtu.



Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov  
Problem naključnega bara  
Kakšno rešitev želimo?  
Opis problema

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

Zakaj konsenz?

Ideje za napad problema

Prostor za izboljšave?

Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov

Problem naključnega bara

Kakšno rešitev želimo?

Opis problema

# Problem naključnega bara

- Skupina prijateljev rada skupaj pohajkuje ob petkih zvečer.
- Vsak se je vsak pripravljn prilagodit skupini, a ima tudi neko začetno preferenco, ter telefon.
- Ko v petek pade mrak, začne vsak od prijateljev z naključnim kontaktiranjem ostalih, ter poizveduje o mnenju.



Zakaj konsenz?

Ideje za napad problema

Prostor za izboljšave?

Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov

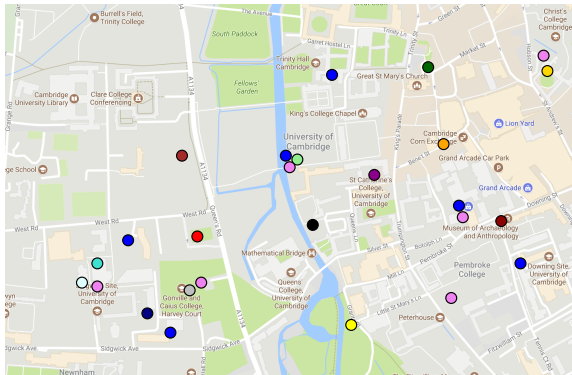
Problem naključnega bara

Kakšno rešitev želimo?

Opis problema

# Problem naključnega bara

- Skupina prijateljev rada skupaj pohajkuje ob petkih zvečer.
- Vsak se je vsak pripravljn prilagodit skupini, a ima tudi neko začetno preferenco, ter telefon.
- Ko v petek pade mrak, začne vsak od prijateljev z naključnim kontaktiranjem ostalih, ter poizveduje o mnenju.



Zakaj konsenz?

Ideje za napad problema

Prostor za izboljšave?

Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov

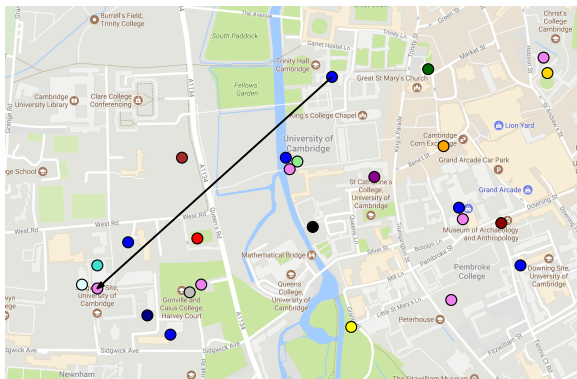
Problem naključnega bara

Kakšno rešitev želimo?

Opis problema

# Problem naključnega bara

- Skupina prijateljev rada skupaj pohajkuje ob petkih zvečer.
- Vsak se je vsak pripravljn prilagodit skupini, a ima tudi neko začetno preferenco, ter telefon.
- Ko v petek pade mrak, začne vsak od prijateljev z naključnim kontaktiranjem ostalih, ter poizveduje o mnenju.

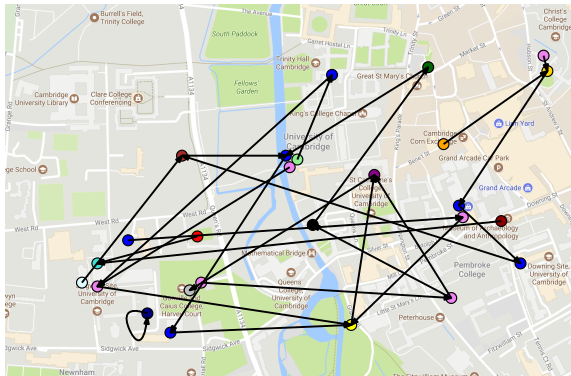


Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov  
Problem naključnega bara  
Kakšno rešitev želimo?  
Opis problema

## Problem naključnega bara

- Skupina prijateljev rada skupaj pohajkuje ob petkih zvečer.
- Vsak se je vsak pripravljn prilagodit skupini, a ima tudi neko začetno preferenco, ter telefon.
- Ko v petek pade mrak, začne vsak od prijateljev z naključnim kontaktiranjem ostalih, ter poizveduje o mnenju.



## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev



## Kakšna naj bo rešitev?

### Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

### Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoteženje obremenitev

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev

## Kakšna naj bo rešitev?

### Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

### Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoteženje obremenitev

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev

# Kakšna naj bo rešitev?

## Cilji:

- Robusten postopek ki zagotovi konsenz!
- Hitrost usklajevanja mora biti hitra, predvidljiva, merljiva.
- Algoritem deluje učinkovito tudi, če ga uporabimo na velikih omrežjih.
- Končna aktivnost mora sovpadati z začetno prevladujočo.
- Osebe, ki morebiti niso dovolj prisebne, da bi upoštevale dogovorjen postopek, sistema ne zavedejo.

## Uporaba:

- Sinhronizacija ur
- Volitve
- PageRank
- Uravnoveženje obremenitev



**BLOCKCHAIN**



## Vloga konsenza v Blockchain-u

- Omrežje potrebuje fiksni čas, da se nov blok razširi po omrežju.
- V Blockchain-u lahko imamo v nekem trenutku različne potrjene zadnje bloke – potreba po konsenzu!

### Primer

V omrežju se nahajata dve enako dolgi (najdaljši) verziji Blockchain-a, recimo jima  $\mathcal{B}_1$  in  $\mathcal{B}_2$ , ki se razlikujeta le v zadnjem bloku, pri čemer je delež sistema z verzijo  $\mathcal{B}_2$  le 1%. Kakšne so naše prednosti če rudarimo v bloku  $\mathcal{B}_1$ ?

## Vloga konsenza v Blockchain-u

- Omrežje potrebuje fiksni čas, da se nov blok razširi po omrežju.
- V Blockchain-u lahko imamo v nekem trenutku različne potrjene zadnje bloke – potreba po konsenzu!

### Primer

V omrežju se nahajata dve enako dolgi (najdaljši) verziji Blockchain-a, recimo jima  $\mathcal{B}_1$  in  $\mathcal{B}_2$ , ki se razlikujeta le v zadnjem bloku, pri čemer je delež sistema z verzijo  $\mathcal{B}_2$  le 1%. Kakšne so naše prednosti če rudarimo v bloku  $\mathcal{B}_1$ ?

## Vloga konsenza v Blockchain-u

- Omrežje potrebuje fiksni čas, da se nov blok razširi po omrežju.
- V Blockchain-u lahko imamo v nekem trenutku različne potrjene zadnje bloke – potreba po konsenzu!

### Primer

V omrežju se nahajata dve enako dolgi (najdaljši) verziji Blockchain-a, recimo jima  $\mathcal{B}_1$  in  $\mathcal{B}_2$ , ki se razlikujeta le v zadnjem bloku, pri čemer je delež sistema z verzijo  $\mathcal{B}_2$  le 1%. Kakšne so naše prednosti če rudarimo v bloku  $\mathcal{B}_1$ ?

## Vloga konsenza v Blockchain-u

- Omrežje potrebuje fiksni čas, da se nov blok razširi po omrežju.
- V Blockchain-u lahko imamo v nekem trenutku različne potrjene zadnje bloke – potreba po konsenzu!

### Primer.

V omrežju se nahajata dve enako dolgi (najdaljši) verziji Blockchain-a, recimo jima  $\mathcal{B}_1$  in  $\mathcal{B}_2$ , ki se razlikujeta le v zadnjem bloku, pri čemer je delež sistema z verzijo  $\mathcal{B}_2$  le 1%. Kakšne so naše prednosti če rudarimo v bloku  $\mathcal{B}_1$ ?

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

Zakaj konsenz?

Ideje za napad problema

Prostor za izboljšave?

Kam naprej?

Problem bizantinskih generalov

Problem naključnega bara

Kakšno rešitev želimo?

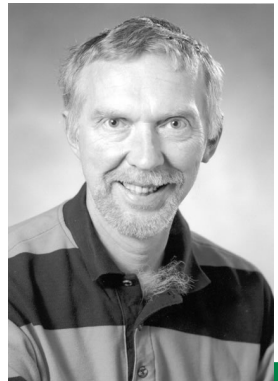
Opis problema

# Opis matematičnega modela

## Sinhronizirani model

*Model naključnih telefonskih klicev* (Demers et al., 1987; Karp et al., 2000)

- Množica  $n$  oseb komunicira med sabo,
- njihov postopek teče vzporedno ter sinhronizirano v časovnih enotah.
- V vsaki čas. enoti se vzpostavi naključna komunikacija s katerokoli osebo.



# Opis matematičnega modela

## Sinhronizirani model

### Dodatne sposobnosti vozlišč:

- Poznajo število  $n$ ?
- Imajo lokalni spomin?
- Možen naključni stik s konstantno mnogo ljudmi?
- Imajo globalni spomin?
- Se zavedajo začetne "razpršenosti"?
- Zmorejo generirati naključno število?



# Problem konsenza

## Problem:

V omrežju imamo množico  $n$  vozlišč, ki imajo dodeljeno začetno mnenje/barvo iz množice  $\{1, \dots, k\}$ . Najdi enoličen protokol, po katerem naj se vozlišča ravnajo, tako da se mnanja poenotijo k začetno-dominantnemu mnenju/barvi.

Od česa je t.i. *čas poenotenja* odvisen?



# Problem konsenza

## Problem:

V omrežju imamo množico  $n$  vozlišč, ki imajo dodeljeno začetno mnenje/barvo iz množice  $\{1, \dots, k\}$ . Najdi enoličen protokol, po katerem naj se vozlišča ravnajo, tako da se mnenja poenotijo k začetno-dominantnemu mnenju/barvi.

Od česa je t.i. *čas poenotenja* odvisen?

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

## PULL pristop

### Algoritem PULL

V vsakem koraku izberemo naključno vozlišče, ter prevzamemo njegovo mneje/barvo.

- Časovno zelo potratno –  $\Omega(n)$
- Lepa matematična analiza.
- Slabo zagotovilo, da bo začetno-dominantna barva prevladala tudi na koncu.

Povezane objave:

- Nakata, Imahayashi, and Yamashita (1999),
- Hassin and Peleg (2001),
- Cooper, Elsässer, Ono, and Radzik (2013),
- Berenbrink, Giakkoupis, Kermarrec and Mallmann-Trenn (2016),
- Varun, Mallmann-Trenn and Sauerwald (2017).

## PULL pristop

### Algoritem PULL

V vsakem koraku izberemo naključno vozlišče, ter prevzamemo njegovo mneje/barvo.

- Časovno zelo potratno –  $\Omega(n)$
- Lepa matematična analiza.
- Slabo zagotovilo, da bo začetno-dominantna barva prevladala tudi na koncu.

Povezane objave:

- Nakata, Imahayashi, and Yamashita (1999),
- Hassin and Peleg (2001),
- Cooper, Elsässer, Ono, and Radzik (2013),
- Berenbrink, Giakkoupis, Kermarrec and Mallmann-Trenn (2016),
- Varun, Mallmann-Trenn and Sauerwald (2017).

## PULL pristop

### Algoritem PULL

V vsakem koraku izberemo naključno vozlišče, ter prevzamemo njegovo mneje/barvo.

- Časovno zelo potratno –  $\Omega(n)$
- Lepa matematična analiza.
- Slabo zagotovilo, da bo začetno-dominantna barva prevladala tudi na koncu.

Povezane objave:

- Nakata, Imahayashi, and Yamashita (1999),
- Hassin and Peleg (2001),
- Cooper, Elsässer, Ono, and Radzik (2013),
- Berenbrink, Giakkoupis, Kermarrec and Mallmann-Trenn (2016),
- Varun, Mallmann-Trenn and Sauerwald (2017).

## PULL pristop

### Algoritem PULL

V vsakem koraku izberemo naključno vozlišče, ter prevzamemo njegovo mneje/barvo.

- Časovno zelo potratno –  $\Omega(n)$
- Lepa matematična analiza.
- Slabo zagotovilo, da bo začetno-dominantna barva prevladala tudi na koncu.

Povezane objave:

- Nakata, Imahayashi, and Yamashita (1999).
- Hassin and Peleg (2001).
- Cooper, Elsässer, Ono, and Radzik (2013).
- Berenbrink, Giakkoupis, Kermarrec and Mallmann-Trenn (2016).
- Varun, Mallmann-Trenn and Sauerwald (2017).

## PULL pristop

### Algoritem PULL

V vsakem koraku izberemo naključno vozlišče, ter prevzamemo njegovo mneje/barvo.

- Časovno zelo potratno –  $\Omega(n)$
- Lepa matematična analiza.
- Slabo zagotovilo, da bo začetno-dominantna barva prevladala tudi na koncu.

Povezane objave:

- Nakata, Imahayashi, and Yamashita (1999),
- Hassin and Peleg (2001),
- Cooper, Elsässer, Ono, and Radzik (2013),
- Berenbrink, Giakkoupis, Kermarrec and Mallmann-Trenn (2016),
- Varun, Mallmann-Trenn and Sauerwald (2017).

## PULL pristop

### Algoritem PULL

V vsakem koraku izberemo naključno vozlišče, ter prevzamemo njegovo mneje/barvo.

- Časovno zelo potratno –  $\Omega(n)$
- Lepa matematična analiza.
- Slabo zagotovilo, da bo začetno-dominantna barva prevladala tudi na koncu.

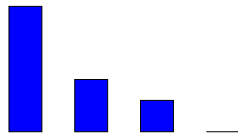
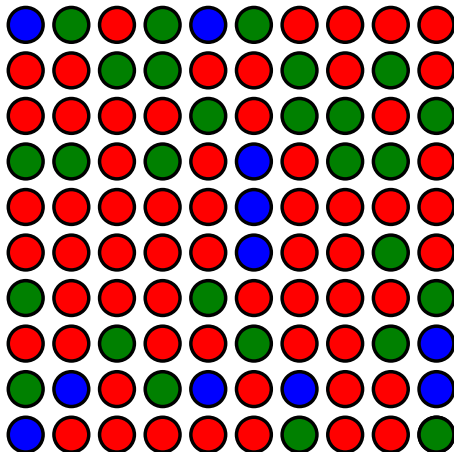
Povezane objave:

- Nakata, Imahayashi, and Yamashita (1999),
- Hassin and Peleg (2001),
- Cooper, Elsässer, Ono, and Radzik (2013),
- Berenbrink, Giakkoupis, Kermarrec and Mallmann-Trenn (2016),
- Varun, Mallmann-Trenn and Sauerwald (2017).



## PULL pristop (0)

Kar slišiš, verjameš!

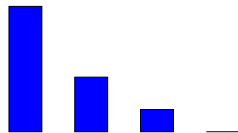
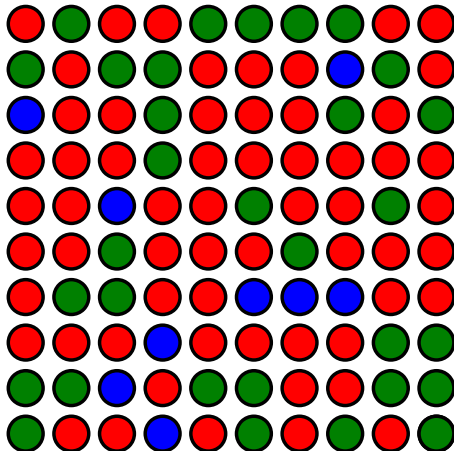


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (1)

Kar slišiš, verjameš!

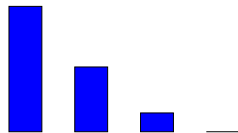
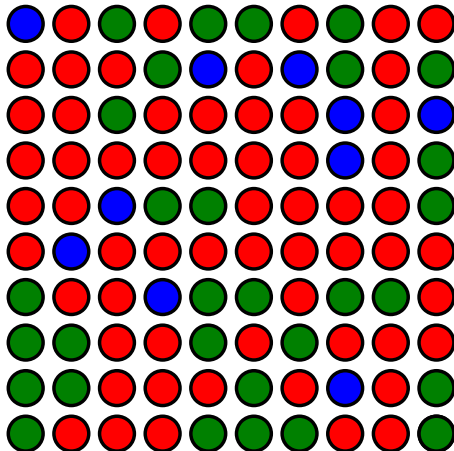


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (2)

Kar slišiš, verjameš!

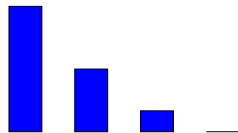
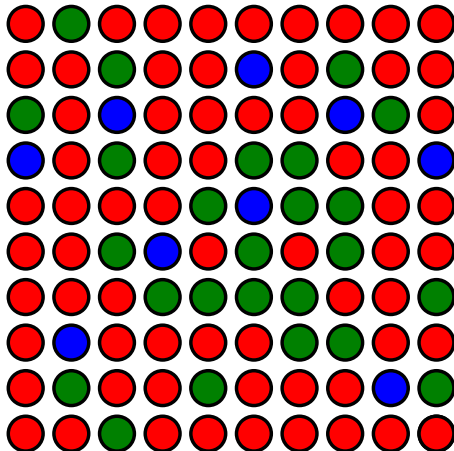


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (3)

Kar slišiš, verjameš!

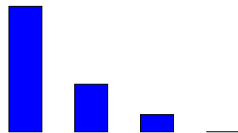
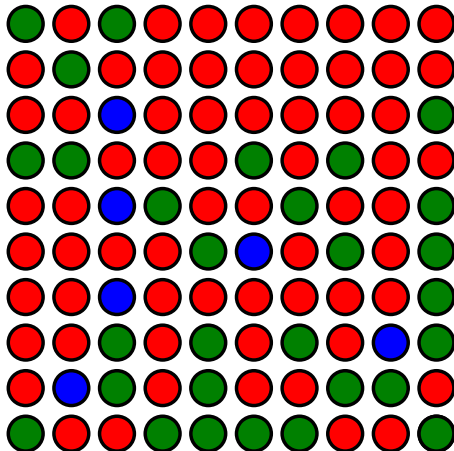


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (4)

Kar slišiš, verjameš!

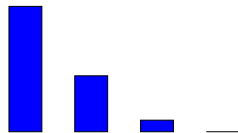
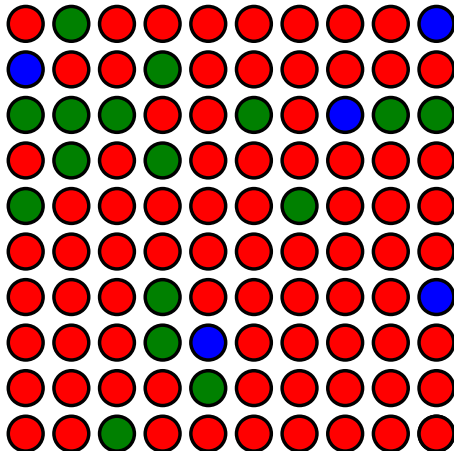


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (5)

Kar slišiš, verjameš!

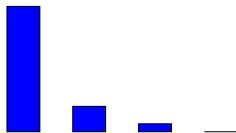
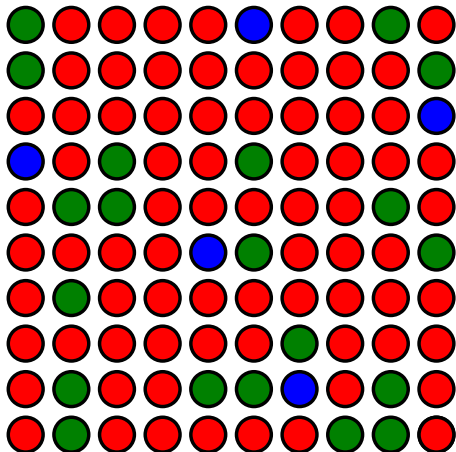


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (6)

Kar slišiš, verjameš!

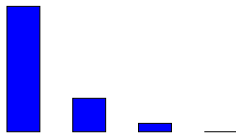
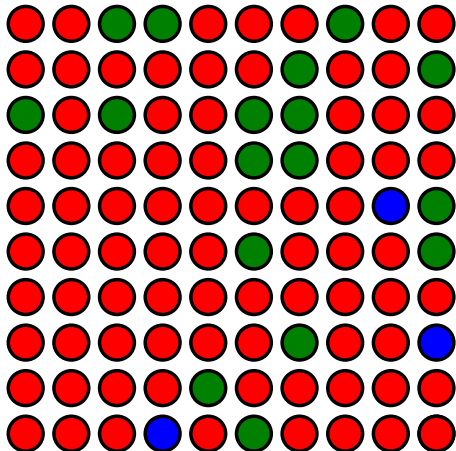


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (7)

Kar slišiš, verjameš!



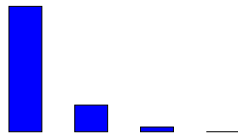
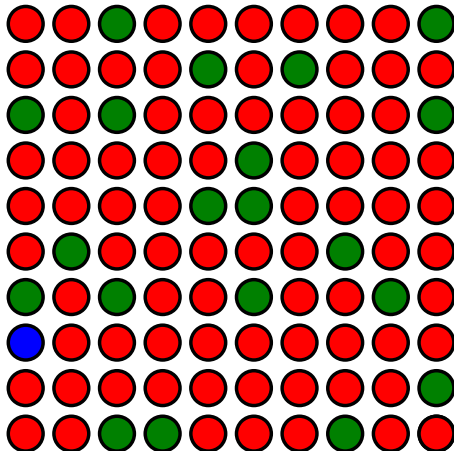
Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$



## PULL pristop (8)

Kar slišiš, verjameš!

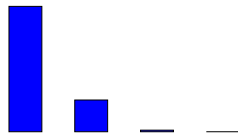
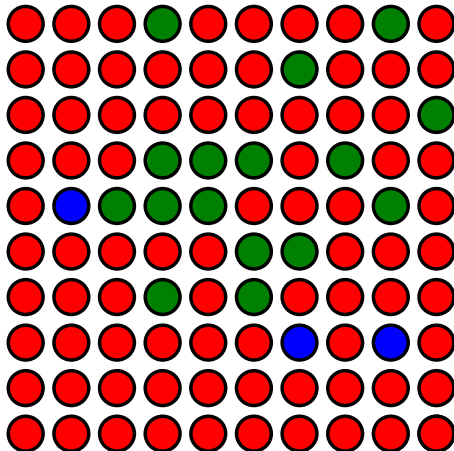


Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## PULL pristop (9)

Kar slišiš, verjameš!



Začetna distribucija:

$$(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$$

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - **Pristop 2-vzorčenja**
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

## Pristop 2-vzorčenja

*"If you hear it twice, it must be true"*

### Algoritem 2-vzorčenja

Naključno izberi dve vozlišči. Če se njuni barvi ujemata, le-to barvo privzemi.

- Imamo garancijo da ob nežnih začetnih pogojih (odklon  $\sim \sqrt{n \log n}$ ) na koncu prevlada mnenje z največjim začetnim deležem.
- Vzorčenje bo uspešno samo v majhnem deležu vozlišč – potrebujemo  $\Omega(k)$  časovnih enot.

## Pristop 2-vzorčenja

*"If you hear it twice, it must be true"*

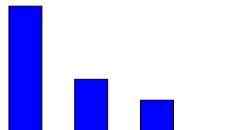
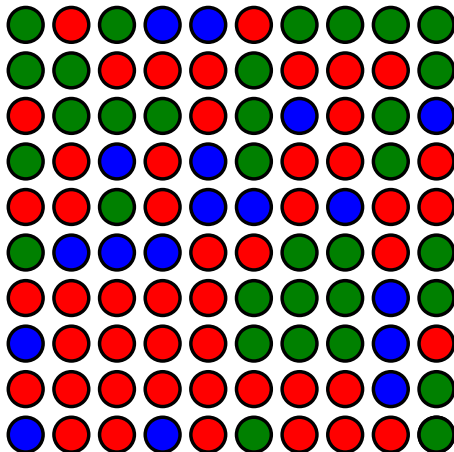
### Algoritem 2-vzorčenja

Naključno izberi dve vozlišči. Če se njuni barvi ujemata, le-to barvo privzemi.

- Imamo garancijo da ob nežnih začetnih pogojih (odklon  $\sim \sqrt{n \log n}$ ) na koncu prevlada mnenje z največjim začetnim deležem.
- Vzorčenje bo uspešno samo v majhnem deležu vozlišč – potrebujemo  $\Omega(k)$  časovnih enot.

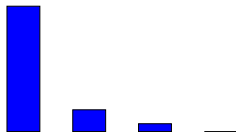
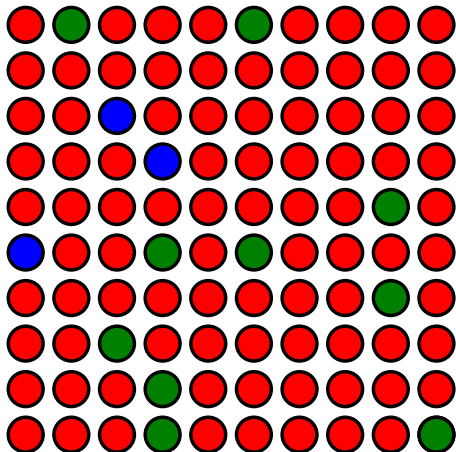
# Pristop 2-vzorčenja (0)

Primer 1  $(r, g, b) \sim (0.6, 0.25, 0.15)$



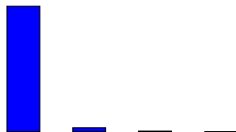
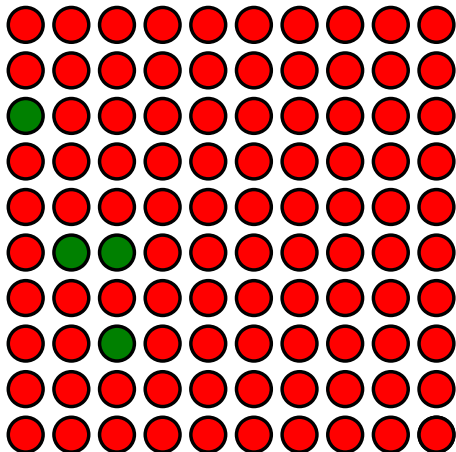
# Pristop 2-vzorčenja (1)

## Primer 1



## Pristop 2-vzorčenja (2)

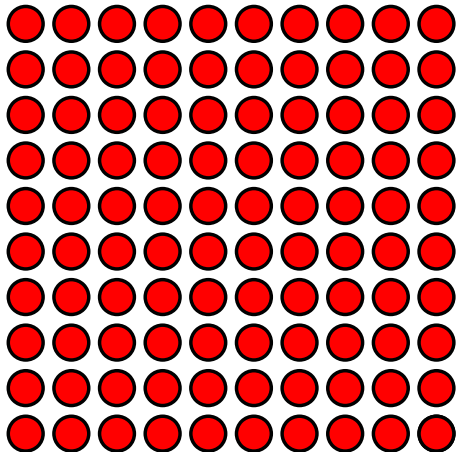
### Primer 1





## Pristop 2-vzorčenja (3)

### Primer 1

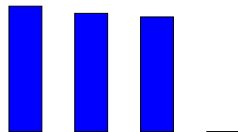
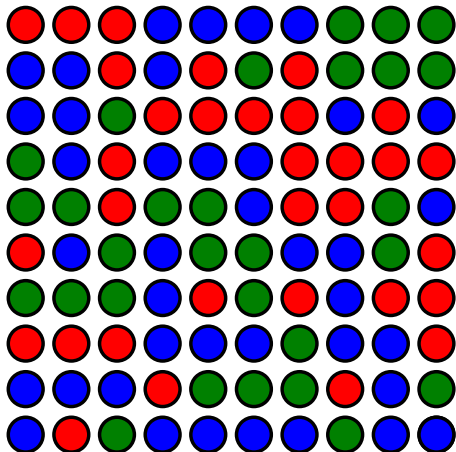


Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Naivni PULL pristop  
Pristop 2-vzorčenja  
Gossip algoritmi  
OEB Pristop

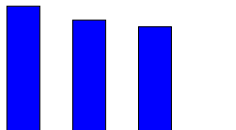
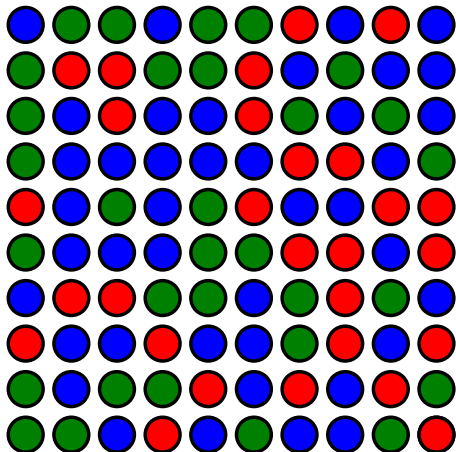
## Pristop 2-vzorčenja (0)

Primer 2: distribucija  $(r, g, b) \sim (0.35, 0.33, 0.32)$



# Pristop 2-vzorčenja (1)

Primer 2: distribucija  $(r, g, b) \sim (0.37, 0.33, 0.30)$

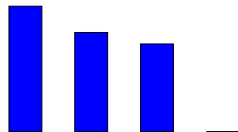
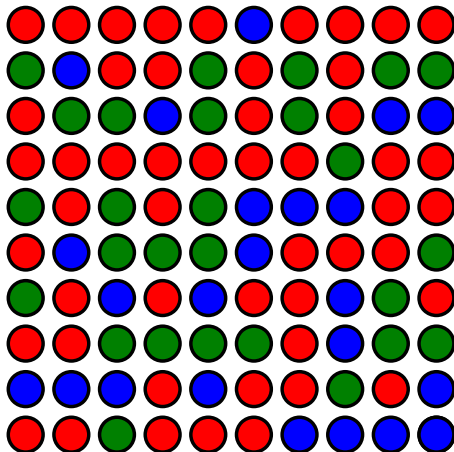


Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Naivni PULL pristop  
Pristop 2-vzorčenja  
Gossip algoritmi  
OEB Pristop

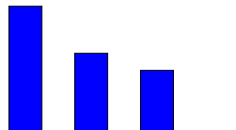
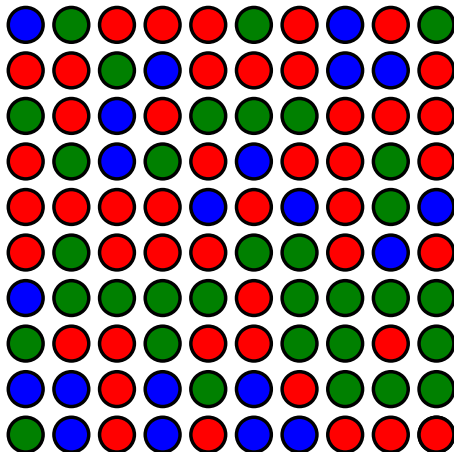
## Pristop 2-vzorčenja (2)

Primer 2: distribucija  $(r, g, b) \sim (0.40, 0.32, 0.28)$



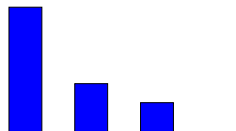
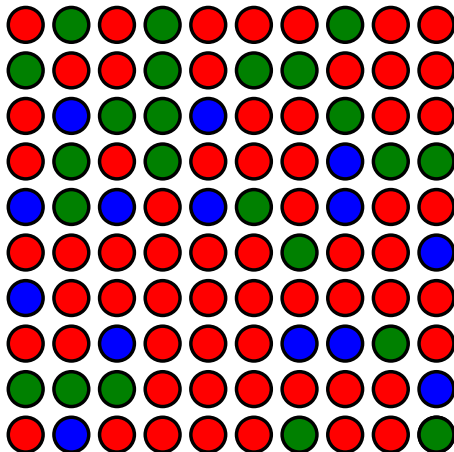
## Pristop 2-vzorčenja (3)

Primer 2: distribucija  $(r, g, b) \sim (0.47, 0.30, 0.23)$



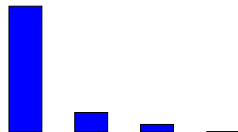
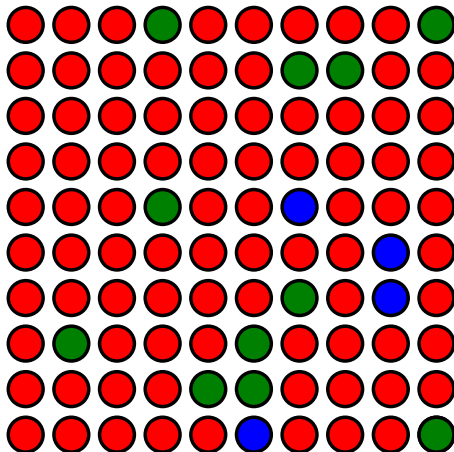
## Pristop 2-vzorčenja (4)

Primer 2: distribucija  $(r, g, b) \sim (0.61, 0.24, 0.15)$



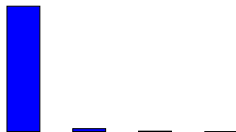
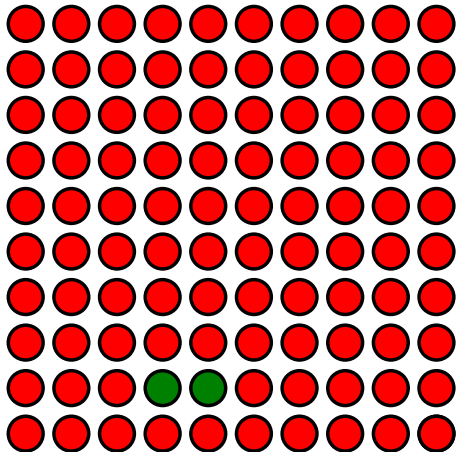
## Pristop 2-vzorčenja (5)

Primer 2: distribucija  $(r, g, b) \sim (0.83, 0.13, 0.05)$



## Pristop 2-vzorčenja (6)

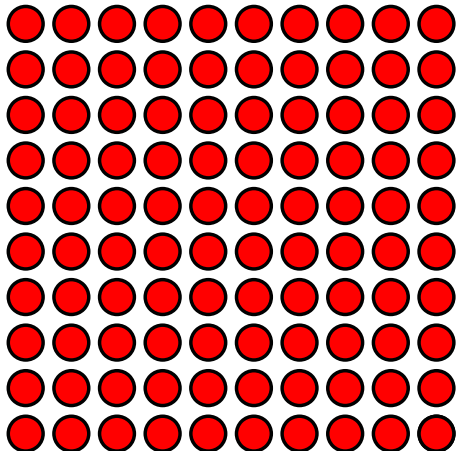
Primer 2: distribucija  $(r, g, b) \sim (0.98, 0.02, 0)$





# Pristop 2-vzorčenja (7)

## Primer 2



# Pristop 2-vzorčenja

## Povezane objave

- Hassin-Peleg, Nakata et al.: general graphs
- Cruise-Ghanesh: complete graph, traditional model
- Doerr et al.: complete graph, median rule
- Mossel et al.: expander, majority consensus
- Abdullah-Draief: random graph, five-sample voting
- Becchetti et al. or Angluin et al.: 3-majority protocol, 3-state protocol
- Two-Party Two-Sample Voting:
  - Cooper, Elsässer and Radzik (2014)
  - Cooper, Elsässer, Radzik, Rivera and Shiraga (2015)

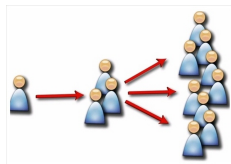
Algoritem lahko pospešimo s pomočjo t.i. ***gossip* algoritmov**.

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

# Gossip algoritmi

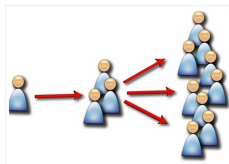
## Osnovna ideja



- Cilj: razširit informacijo med vsa vozlišča.
- Vsako informirano vozlišče v vsaki čas. enoti pošlje svojo informacijo nekaj naključnim sosedom; ti bodo v naslednjem krogu informirani.
- Odličen čas prenosa informacije, can be very fast and *message-efficient*
- V modelu naključnih telefonskih klicev z  $n$  objekti popolno informiranje traja  $O(\log n)$ .

# Gossip algoritmi

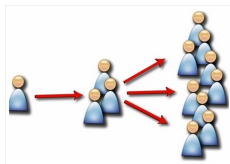
## Osnovna ideja



- Cilj: razširit informacijo med vsa vozlišča.
- Vsako informirano vozlišče v vsaki čas. enoti pošlje svojo informacijo nekaj naključnim sosedom; ti bodo v naslednjem krogu informirani.
- Odličen čas prenosa informacije, can be very fast and *message-efficient*
- V modelu naključnih telefonskih klicev z  $n$  objekti popolno informiranje traja  $O(\log n)$ .

# Gossip algoritmi

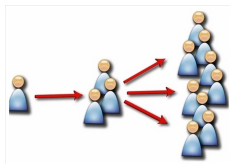
## Osnovna ideja



- Cilj: razširit informacijo med vsa vozlišča.
- Vsako informirano vozlišče v vsaki čas. enoti pošlje svojo informacijo nekaj naključnim sosedom; ti bodo v naslednjem krogu informirani.
- Odličen čas prenosa informacije, can be very fast and *message-efficient*
- V modelu naključnih telefonskih klicev z  $n$  objekti popolno informiranje traja  $O(\log n)$ .

# Gossip algoritmi

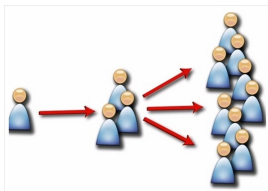
## Osnovna ideja



- Cilj: razširiti informacijo med vsa vozlišča.
- Vsako informirano vozlišče v vsaki čas. enoti pošlje svojo informacijo nekaj naključnim sosedom; ti bodo v naslednjem krogu informirani.
- Odličen čas prenosa informacije, can be very fast and *message-efficient*
- V modelu naključnih telefonskih klicev z  $n$  objekti popolno informiranje traja  $O(\log n)$ .

# Gossip algoritmi

## Primeri

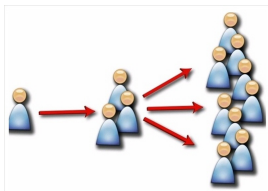


- širjenje virusov/epidemij/govoric
- PULL oz. PUSH algoritmi,
- oddajanje zadnjega bloka od uspešnega rudarja, do vseh drugih



# Gossip algoritmi

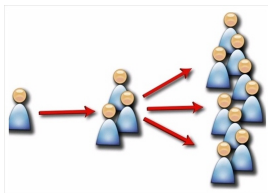
## Primeri



- širjenje virusov/epidemij/govoric
- PULL oz. PUSH algoritmi,
- oddajanje zadnjega bloka od uspešnega rudarja, do vseh drugih

# Gossip algoritmi

## Primeri



- širjenje virusov/epidemij/govoric
- PULL oz. PUSH algoritmi,
- oddajanje zadnjega bloka od uspešnega rudarja, do vseh drugih

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

## Pristop *One-Extra-Bit*

- Prednosti gossip-pristopa:
  - majhen informiran vzorec ljudi se hitro razširi,
  - razmerja iz začetnega vzorca se pri tem ne pokvarijo preveč
- Prednosti pristopa 2-vzorčenja:
  - po vsaki iteraciji se razmerja iz prejšnjega vzorca močno izboljšajo,
  - imamo zagotovilo da sistem konvergira k večinski barvi
- One-Extra-Bit uporabi prednosti obeh!

## Pristop *One-Extra-Bit*

- Prednosti gossip-pristopa:
  - majhen informiran vzorec ljudi se hitro razširi,
  - razmerja iz začetnega vzorca se pri tem ne pokvarijo preveč
- Prednosti pristopa 2-vzorčenja:
  - po vsaki iteraciji se razmerja iz prejšnjega vzorca močno izboljšajo,
  - imamo zagotovilo da sistem konvergira k večinski barvi
- One-Extra-Bit uporabi prednosti obeh!

## Pristop *One-Extra-Bit*

- Prednosti gossip-pristopa:
  - majhen informiran vzorec ljudi se hitro razširi,
  - razmerja iz začetnega vzorca se pri tem ne pokvarijo preveč
- Prednosti pristopa 2-vzorčenja:
  - po vsaki iteraciji se razmerja iz prejšnjega vzorca močno izboljšajo,
  - imamo zagotovilo da sistem konvergira k večinski barvi
- One-Extra-Bit uporabi prednosti obeh!

## Pristop *One-Extra-Bit*

- Prednosti gossip-pristopa:
  - majhen informiran vzorec ljudi se hitro razširi,
  - razmerja iz začetnega vzorca se pri tem ne pokvarijo preveč
- Prednosti pristopa 2-vzorčenja:
  - po vsaki iteraciji se razmerja iz prejšnjega vzorca močno izboljšajo,
  - imamo zagotovilo da sistem konvergira k večinski barvi
- *One-Extra-Bit* uporabi prednosti obeh!

## Pristop *One-Extra-Bit*

- Prednosti gossip-pristopa:
  - majhen informiran vzorec ljudi se hitro razširi,
  - razmerja iz začetnega vzorca se pri tem ne pokvarijo preveč
- Prednosti pristopa 2-vzorčenja:
  - po vsaki iteraciji se razmerja iz prejšnjega vzorca močno izboljšajo,
  - imamo zagotovilo da sistem konvergira k večinski barvi
- *One-Extra-Bit* uporabi prednosti obeh!



## Pristop *One-Extra-Bit*

- Prednosti gossip-pristopa:
  - majhen informiran vzorec ljudi se hitro razširi,
  - razmerja iz začetnega vzorca se pri tem ne pokvarijo preveč
- Prednosti pristopa 2-vzorčenja:
  - po vsaki iteraciji se razmerja iz prejšnjega vzorca močno izboljšajo,
  - imamo zagotovilo da sistem konvergira k večinski barvi
- *One-Extra-Bit* uporabi prednosti obeh!

## Pristop *One-Extra-Bit*

- Prednosti gossip-pristopa:
  - majhen informiran vzorec ljudi se hitro razširi,
  - razmerja iz začetnega vzorca se pri tem ne pokvarijo preveč
- Prednosti pristopa 2-vzorčenja:
  - po vsaki iteraciji se razmerja iz prejšnjega vzorca močno izboljšajo,
  - imamo zagotovilo da sistem konvergira k večinski barvi
- One-Extra-Bit uporabi prednosti obeh!

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izbereba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izbereba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izžreba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izžreba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izžreba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izžreba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*



# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izžreba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izžreba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# Pristop One-Extra-Bit

## Algoritem:

V vsaki izmed  $O(\log \log n)$  faz:

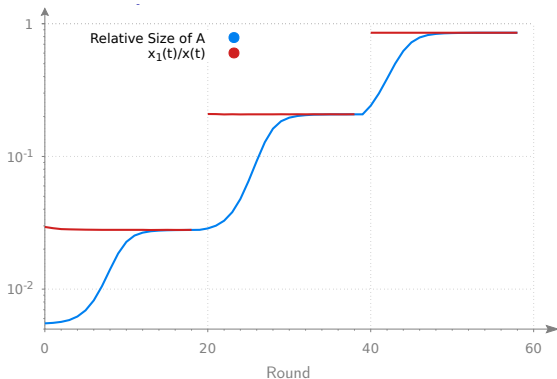
- poljubno vozlišče  $v$  izvede korak 2-vzorčenja, ter v primeru neuspeha izbriše svojo barvo
- v nadaljnjih  $O(\log k + \log \log n)$  korakih sledi gossip-pristop:
  - če je  $v$  brez barve, naključno izžreba vozlišče  $u$
  - če ima  $u$  barvo, postane to tudi barva od  $v$

Povezane objave:

- Elsässer, Friedetzky, Kaaser, Mallmann-Trenn and Trinker (2017+)
- Berenbrink, Friedetzky, Giakkoupis, Kling, (2016). *Efficient plurality consensus, or: the benefits of cleaning up from time to time.*
- Ghaffari, Parter, (2016). *A polylogarithmic gossip algorithm for plurality consensus.*

# One-Extra-Bit

Napredovanje začetno-dominantne barve skozi čas izvedve algoritma One-Extra-Bit



Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
**Prostor za izboljšave?**  
Kam naprej?

Naš pristop...  
Okvir matematične analize  
Ne-sinhroniziran model  
Implementacija ne-sinhroniziranega modela  
Prikaz rezultatov

# Problem konsenza

## Demonstracija...

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - **Naš pristop...**
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

## Kam naprej? Prostor za izboljšave...

- Za vsako vozlišče  $v$  si zapomnimo posebno število, t.i. *generacijo*, ki je povezana z verjetnostjo da je  $v$  pravilno informirana.
- Iz začetnih podatkov si lahko vsako vozlišče izračuna ciljno generacijo, kjer se bo zgodil konsenz.
- V vsaki fazi ni potrebno čakati, da vsa vozlišča dosežejo neko generacijo – izguba časa! Po enem 2-vzorčenju naredimo le  $\sim \log \frac{(\alpha+k)^2}{\alpha^2+k} = O(\log k)$  *gossip*-korakov.
- Prevedba v ne-sinhroniziran modelu z zakasnitvami: – vpeljava majhnih de-centraliziranih gruč.

## Kam naprej?

Prostor za izboljšave...

- Za vsako vozlišče  $v$  si zapomnimo posebno število, t.i. *generacijo*, ki je povezana z verjetnostjo da je  $v$  pravilno informirana.
- Iz začetnih podatkov si lahko vsako vozlišče izračuna ciljno generacijo, kjer se bo zgodil konsenz.
- V vsaki fazi ni potrebno čakati, da vsa vozlišča dosežejo neko generacijo – izguba časa! Po enem 2-vzorčenju naredimo le  $\sim \log \frac{(\alpha+k)^2}{\alpha^2+k} = O(\log k)$  *gossip*-korakov.
- Prevedba v ne-sinhroniziran modelu z zakasnitvami: – vpeljava majhnih de-centraliziranih gruč.



## Kam naprej?

Prostor za izboljšave...

- Za vsako vozlišče  $v$  si zapomnimo posebno število, t.i. *generacijo*, ki je povezana z verjetnostjo da je  $v$  pravilno informirana.
- Iz začetnih podatkov si lahko vsako vozlišče izračuna ciljno generacijo, kjer se bo zgodil konsenz.
- V vsaki fazi ni potrebno čakati, da vsa vozlišča dosežejo neko generacijo – izguba časa! Po enem 2-vzorčenju naredimo le  $\sim \log \frac{(\alpha+k)^2}{\alpha^2+k} = O(\log k)$  *gossip*-korakov.
- Prevedba v ne-sinhroniziran modelu z zakasnitvami: – vpeljava majhnih de-centraliziranih gruč.

## Kam naprej?

### Prostor za izboljšave...

- Za vsako vozlišče  $v$  si zapomnimo posebno število, t.i. *generacijo*, ki je povezana z verjetnostjo da je  $v$  pravilno informirana.
- Iz začetnih podatkov si lahko vsako vozlišče izračuna ciljno generacijo, kjer se bo zgodil konsenz.
- V vsaki fazi ni potrebno čakati, da vsa vozlišča dosežejo neko generacijo – izguba časa! Po enem 2-vzorčenju naredimo le  $\sim \log \frac{(\alpha+k)^2}{\alpha^2+k} = O(\log k)$  *gossip*-korakov.
- Prevedba v ne-sinhroniziran modelu z zakasnitvami: – vpeljava majhnih de-centraliziranih gruč.

# Problem konsenza

## Psevdokoda

### Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve "življenski obdobji": Obdobje 2-vzorčenja ter "gossip" obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

---

**Algorithm 1** The basic synchronous procedure.

---

**Require:** a vertex  $v \in V(G)$

- 1: sample neighbors  $v'$  and  $v''$  u.a.r.
- 2: wlog. assume  $\text{gen}(v') \geq \text{gen}(v'')$
- 3: **if**  $t \in \{t_i\}_{i \in [g^*]}$  and  $\text{gen}(v) \leq \text{gen}(v') = \text{gen}(v'')$  and  $\text{col}(v') = \text{col}(v'')$  **then**
- 4:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v') + 1$
- 5:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v')$
- 6: **else if**  $\text{gen}(v') > \text{gen}(v)$  **then**
- 7:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v')$
- 8:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v')$

# Problem konsenza

## Psevdokoda

### Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve “življenski obdobji”: Obdobje 2-vzorčenja ter “gossip” obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

---

**Algorithm 1** The basic synchronous procedure.

---

**Require:** a vertex  $v \in V(G)$

- 1: sample neighbors  $v'$  and  $v''$  u.a.r.
- 2: wlog. assume  $\text{gen}(v') \geq \text{gen}(v'')$
- 3: **if**  $t \in \{t_i\}_{i \in [G^*]}$  and  $\text{gen}(v) \leq \text{gen}(v') = \text{gen}(v'')$  and  $\text{col}(v') = \text{col}(v'')$  **then**
- 4:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v') + 1$
- 5:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v')$
- 6: **else if**  $\text{gen}(v') > \text{gen}(v)$  **then**
- 7:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v')$
- 8:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v')$

# Problem konsenza

## Psevdokoda

### Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve “življenski obdobji”: Obdobje 2-vzorčenja ter “gossip” obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

---

**Algorithm 1** The basic synchronous procedure.

---

**Require:** a vertex  $v \in V(G)$

- 1: sample neighbors  $v'$  and  $v''$  u.a.r.
- 2: wlog. assume  $\text{gen}(v') \geq \text{gen}(v'')$
- 3: **if**  $t \in \{t_i\}_{i \in [G^*]}$  and  $\text{gen}(v) \leq \text{gen}(v') = \text{gen}(v'')$  and  $\text{col}(v') = \text{col}(v'')$  **then**
- 4:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v') + 1$
- 5:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v')$
- 6: **else if**  $\text{gen}(v') > \text{gen}(v)$  **then**
- 7:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v')$
- 8:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v')$

# Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 **Prostor za izboljšave?**
  - Naš pristop...
  - **Okvir matematične analize**
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

# Analiza ene faze algoritma

## Nekaj definicij

- $g_t(i)$  – delež vozlišč, ki so v času  $t$  v generaciji  $i$ .
- $c_{i,j,t}$  – delež vozlišč, ki so ob času  $t$  iz generacije  $i$ , ter hkrati barve  $j$ .
- Izmed števil  $1, \dots, k$  na bosta  $a$  in  $b$  zaporedoma začetno najštevilčnejši barvi.
- $\alpha_{i,t} = \frac{c_{a,i,t}}{c_{b,i,t}}$  – pristranskost k barvi  $a$ , v generaciji  $i$  ob času  $t$ .

# Analiza ene faze algoritma

## Nekaj definicij

- $g_t(i)$  – delež vozlišč, ki so v času  $t$  v generaciji  $i$ .
- $c_{i,j,t}$  – delež vozlišč, ki so ob času  $t$  iz generacije  $i$ , ter hkrati barve  $j$ .
- Izmed števil  $1, \dots, k$  na bosta  $a$  in  $b$  zaporedoma začetno najštevilčnejši barvi.
- $\alpha_{i,t} = \frac{c_{a,i,t}}{c_{b,i,t}}$  – pristranskost k barvi  $a$ , v generaciji  $i$  ob času  $t$ .



## Analiza ene faze algoritma

### Nekaj definicij

- $g_t(i)$  – delež vozlišč, ki so v času  $t$  v generaciji  $i$ .
- $c_{i,j,t}$  – delež vozlišč, ki so ob času  $t$  iz generacije  $i$ , ter hkrati barve  $j$ .
- Izmed števil  $1, \dots, k$  na bosta  $a$  in  $b$  zaporedoma začetno najštevilčnejši barvi.
- $\alpha_{i,t} = \frac{c_{a,i,t}}{c_{b,i,t}}$  – pristranskost k barvi  $a$ , v generaciji  $i$  ob času  $t$ .

# Analiza ene faze algoritma

## Nekaj definicij

- $g_t(i)$  – delež vozlišč, ki so v času  $t$  v generaciji  $i$ .
- $c_{i,j,t}$  – delež vozlišč, ki so ob času  $t$  iz generacije  $i$ , ter hkrati barve  $j$ .
- Izmed števil  $1, \dots, k$  na bosta  $a$  in  $b$  zaporedoma začetno najštevilčnejši barvi.
- $\alpha_{i,t} = \frac{c_{a,i,t}}{c_{b,i,t}}$  – pristranskost k barvi  $a$ , v generaciji  $i$  ob času  $t$ .

# Analiza ene faze algoritma

## Distribucija generacij

- Verjetnost da je naključni 2-vzorec uspešen označimo s

$$p_i \sim \frac{\alpha_0^{2^{i+1}} + k - 1}{(\alpha_0^{2^i} + k - 1)^2}.$$

- Zgornja meja potrebnega časa, da se velikost generacije  $i$  namnoži do linearnega delaža  $\gamma$  je:  $X_i = \log_{2-\gamma} \left( \frac{1}{p_i \gamma} \right) + 2$ .
- Nova generacija  $t_i$  se rodi ob predpisanem času  $t_i = 1 + \sum_{j=1}^{i-1} X_j$ .
- V prvi časovni enoti "po rojstvu", sklepamo koliko se se nova generacija "namnoži":

$$g_{t_i-1}(i-1) \geq \gamma \implies g_{t_i}(i) > \gamma^2 p_i (1 - n^{-\epsilon}) > \frac{\gamma^2}{k} (1 - n^{-\epsilon}).$$

- V nadaljnjih  $X_i - 1$  korakih delež generacije  $i$  zraste vsaj do  $\gamma$  - kar je pogoj za rojstvo generacije  $i + 1$ .

## Analiza ene faze algoritma

### Distribucija generacij

- Verjetnost da je naključni 2-vzorec uspešen označimo s

$$p_i \sim \frac{\alpha_0^{2^{i+1}} + k - 1}{(\alpha_0^{2^i} + k - 1)^2}.$$

- Zgornja meja potrebnega časa, da se velikost generacije  $i$  namnoži do linearnega delaža  $\gamma$  je:  $X_i = \log_{2-\gamma} \left( \frac{1}{p_i \gamma} \right) + 2$ .
- Nova generacija  $t_i$  se rodi ob predpisanem času  $t_i = 1 + \sum_{j=1}^{i-1} X_j$ .
- V prvi časovni enoti "po rojstvu", sklepamo koliko se se nova generacija "namnoži":

$$g_{t_i-1}(i-1) \geq \gamma \implies g_{t_i}(i) > \gamma^2 p_i (1 - n^{-\epsilon}) > \frac{\gamma^2}{k} (1 - n^{-\epsilon}).$$

- V nadaljnjih  $X_i - 1$  korakih delež generacije  $i$  zraste vsaj do  $\gamma$  - kar je pogoj za rojstvo generacije  $i + 1$ .

## Analiza ene faze algoritma

### Distribucija generacij

- Verjetnost da je naključni 2-vzorec uspešen označimo s

$$p_i \sim \frac{\alpha_0^{2^{i+1}} + k - 1}{(\alpha_0^{2^i} + k - 1)^2}.$$

- Zgornja meja potrebnega časa, da se velikost generacije  $i$  namnoži do linearnega delaža  $\gamma$  je:  $X_i = \log_{2-\gamma} \left( \frac{1}{p_i \gamma} \right) + 2$ .
- Nova generacija  $t_i$  se rodi ob predpisanem času  $t_i = 1 + \sum_{j=1}^{i-1} X_j$ .
- V prvi časovni enoti "po rojstvu", sklepamo koliko se se nova generacija "namnoži":

$$g_{t_i-1}(i-1) \geq \gamma \implies g_{t_i}(i) > \gamma^2 p_i (1 - n^{-\epsilon}) > \frac{\gamma^2}{k} (1 - n^{-\epsilon}).$$

- V nadaljnjih  $X_i - 1$  korakih delež generacije  $i$  zraste vsaj do  $\gamma$  - kar je pogoj za rojstvo generacije  $i + 1$ .

## Analiza ene faze algoritma

### Distribucija generacij

- Verjetnost da je naključni 2-vzorec uspešen označimo s

$$p_i \sim \frac{\alpha_0^{2^{i+1}} + k - 1}{(\alpha_0^{2^i} + k - 1)^2}.$$

- Zgornja meja potrebnega časa, da se velikost generacije  $i$  namnoži do linearnega delaža  $\gamma$  je:  $X_i = \log_{2-\gamma} \left( \frac{1}{p_i \gamma} \right) + 2$ .
- Nova generacija  $t_i$  se rodi ob predpisanem času  $t_i = 1 + \sum_{j=1}^{i-1} X_j$ .
- V prvi časovni enoti "po rojstvu", sklepamo koliko se se nova generacija "namnoži":

$$g_{t_i-1}(i-1) \geq \gamma \implies g_{t_i}(i) > \gamma^2 p_i (1 - n^{-\epsilon}) > \frac{\gamma^2}{k} (1 - n^{-\epsilon}).$$

- V nadaljnjih  $X_i - 1$  korakih delež generacije  $i$  zraste vsaj do  $\gamma$  – kar je pogoj za rojstvo generacije  $i + 1$ .

# Analiza ene faze algoritma

## Distribucija generacij

- Verjetnost da je naključni 2-vzorec uspešen označimo s

$$p_i \sim \frac{\alpha_0^{2^{i+1}} + k - 1}{(\alpha_0^{2^i} + k - 1)^2}.$$

- Zgornja meja potrebnega časa, da se velikost generacije  $i$  namnoži do linearnega delaža  $\gamma$  je:  $X_i = \log_{2-\gamma} \left( \frac{1}{p_i \gamma} \right) + 2$ .
- Nova generacija  $t_i$  se rodi ob predpisanem času  $t_i = 1 + \sum_{j=1}^{i-1} X_j$ .
- V prvi časovni enoti "po rojstvu", sklepamo koliko se se nova generacija "namnoži":

$$g_{t_i-1}(i-1) \geq \gamma \implies g_{t_i}(i) > \gamma^2 p_i (1 - n^{-\epsilon}) > \frac{\gamma^2}{k} (1 - n^{-\epsilon}).$$

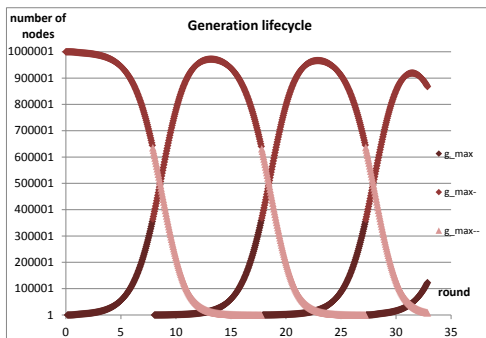
- V nadaljnjih  $X_i - 1$  korakih delež generacije  $i$  zraste vsaj do  $\gamma$  - kar je pogoj za rojstvo generacije  $i + 1$ .

Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Naš pristop...  
Okvir matematične analize  
Ne-sinhroniziran model  
Implementacija ne-sinhroniziranega modela  
Prikaz rezultatov

# Analiza ene faze algoritma

## Življenjski cikel generacije





# Analiza ene faze algoritma

## Glavne trditve

### Lemma (Prvi korak v fazi.)

*Ob "rojstvu" generacije  $i$  je vrednost  $\alpha_{i,t_i}$  zgoščena okrog pričakovane vrednosti  $\alpha_{i-1,t_i-1}^2$ .*

### Lemma (Rast v poljubnem gossip-koraku)

*Med poljubnim gossip-korakom se pristranskost ohranja.*

### Corollary

*Z veliko verjetnostjo je vrednost  $\alpha_{i+1,t_{i+1}}$  zelo blizu pričakovani vrednosti  $\alpha_{i,t_i}^2$ .*

# Analiza ene faze algoritma

## Glavne trditve

### Lemma (Prvi korak v fazi.)

*Ob "rojstvu" generacije  $i$  je vrednost  $\alpha_{i,t_i}$  zgoščena okrog pričakovane vrednosti  $\alpha_{i-1,t_i-1}^2$ .*

### Lemma (Rast v poljubnem gossip-koraku)

*Med poljubnim gossip-korakom se pristranskost ohranja.*

### Corollary

*Z veliko verjetnostjo je vrednost  $\alpha_{i+1,t_{i+1}}$  zelo blizu pričakovani vrednosti  $\alpha_{i,t_i}^2$ .*

# Analiza ene faze algoritma

## Glavne trditve

### Lemma (Prvi korak v fazi.)

*Ob "rojstvu" generacije  $i$  je vrednost  $\alpha_{i,t_i}$  zgoščena okrog pričakovane vrednosti  $\alpha_{i-1,t_i-1}^2$ .*

### Lemma (Rast v poljubnem gossip-koraku)

*Med poljubnim gossip-korakom se pristranskost ohranja.*

### Corollary

*Z veliko verjetnostjo je vrednost  $\alpha_{i+1,t_{i+1}}$  zelo blizu pričakovani vrednosti  $\alpha_{i,t_i}^2$ .*

## Analiza ene faze algoritma

Prva lema: začetna pristranskost v novi generaciji.

For  $t = t_i - 1$ ,  $\alpha_{i-1,t} \leq k$  and  $\delta = \frac{k \cdot n^\varepsilon}{\sqrt{n}}$  with  $0 < \varepsilon < \frac{1}{2} - \log_n k$ , we have

$$\alpha_{i,t+1} = \frac{B\left(n, (g_t(i-1)c_{a,i-1,t})^2\right)}{B\left(n, (g_t(i-1)c_{b,i-1,t})^2\right)}$$
$$\stackrel{\text{whp.}}{>} \frac{c_{a,i-1,t}^2(1-\delta)}{c_{b,i-1,t}^2(1+\delta)} \geq \alpha_{i-1,t} \cdot (1-2\delta).$$

For large values of  $\alpha_{i-1,t} \geq \sqrt{n}$  are handled separately.

## Analiza ene faze algoritma

Prva lema: začetna pristranskost v novi generaciji.

For  $t = t_i - 1$ ,  $\alpha_{i-1,t} \leq k$  and  $\delta = \frac{k \cdot n^\varepsilon}{\sqrt{n}}$  with  $0 < \varepsilon < \frac{1}{2} - \log_n k$ , we have

$$\alpha_{i,t+1} = \frac{B\left(n, (g_t(i-1)c_{a,i-1,t})^2\right)}{B\left(n, (g_t(i-1)c_{b,i-1,t})^2\right)}$$
$$\stackrel{\text{whp.}}{>} \frac{c_{a,i-1,t}^2(1-\delta)}{c_{b,i-1,t}^2(1+\delta)} \geq \alpha_{i-1,t} \cdot (1-2\delta).$$

For large values of  $\alpha_{i-1,t} \geq \sqrt{n}$  are handled separately.

## Analiza ene faze algoritma

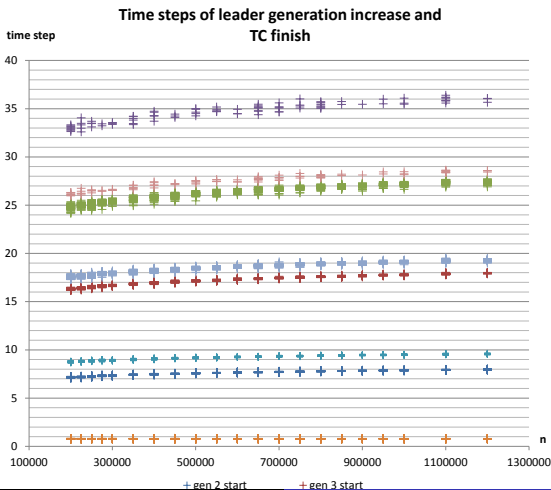
Druga lema: "šum" v enem časovnem koraku.

Set again  $\delta = \frac{k \cdot n^\varepsilon}{\sqrt{n}}$  with  $0 < \varepsilon < \frac{1}{2} - \log_n k$  and  $x = g_t(i)$ , an increase of nodes of opinion  $j$  in time  $t \rightarrow t+1$  may be modeled by  $B(n(1-x), x \cdot c_{j,i,t})$ . Then,

$$\begin{aligned}\alpha_{i,t+1} &= \frac{c_{a,i,t+1}}{c_{b,i,t+1}} = \frac{n \cdot x \cdot c_{a,i,t} + B(n(1-x), x \cdot c_{a,i,t})}{n \cdot x \cdot c_{b,i,t} + B(n(1-x), x \cdot c_{b,i,t})} \\ &\stackrel{\text{whp.}}{>} \frac{c_{a,i,t} + (1-x)c_{a,i,t}(1-\delta)}{c_{b,i,t} + (1-x)c_{b,i,t}(1+\delta)} \\ &= \alpha_{i,t} \cdot \left(1 - \frac{(1-x)2\delta}{2+\delta}\right) > \alpha_{i,t} \cdot (1-\delta).\end{aligned}$$

# Analiza ene faze algoritma

Prikaz "šuma" tekem izvajanja.

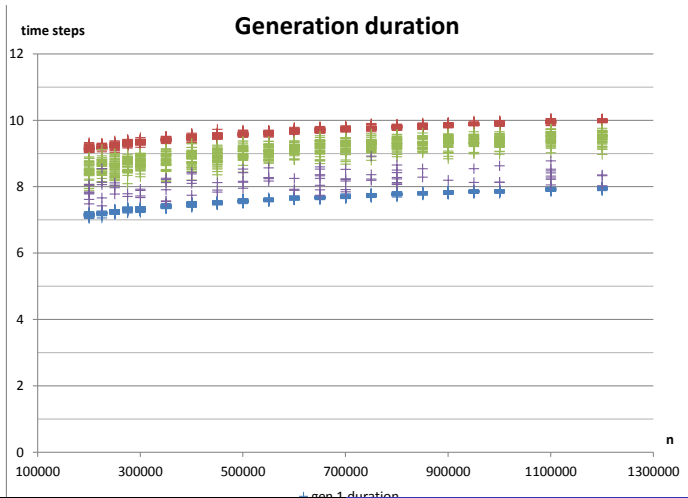


Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Naš pristop...  
Okvir matematične analize  
Ne-sinhroniziran model  
Implementacija ne-sinhroniziranega modela  
Prikaz rezultatov

# Analiza ene faze algoritma

Prikaz "šuma" tekem izvajanja.





## Analiza ene faze algoritma

Lepljenje obeh lem.

- Intuition: throughout the phase, measure the multiplicative error.
- Use first lemma once, and second lemma  $X_i - 1 = O(\log k)$  times.

### Corollary

Whp.  $\alpha_{g+1, t_{g+1}}$  is very close to its expected value  $\alpha_{g, t_g}^2$ , in particular we have

$$\alpha_{g+1, t_{g+1}} \geq \alpha_{g, t_g}^2 \cdot \left(1 - n^{-\varepsilon'}\right),$$

for any  $0 < \varepsilon' < \varepsilon$ .

# Analiza ene faze algoritma

Lepljenje obeh lem.

- Intuition: throughout the phase, measure the multiplicative error.
- Use first lemma once, and second lemma  $X_i - 1 = O(\log k)$  times.

## Corollary

Whp.  $\alpha_{g+1, t_{g+1}}$  is very close to its expected value  $\alpha_{g, t_g}^2$ , in particular we have

$$\alpha_{g+1, t_{g+1}} \geq \alpha_{g, t_g}^2 \cdot \left(1 - n^{-\varepsilon'}\right),$$

for any  $0 < \varepsilon' < \varepsilon$ .

## Analiza ene faze algoritma

Lepljenje obeh lem.

- Intuition: throughout the phase, measure the multiplicative error.
- Use first lemma once, and second lemma  $X_i - 1 = O(\log k)$  times.

### Corollary

Whp.  $\alpha_{g+1, t_{g+1}}$  is very close to its expected value  $\alpha_{g, t_g}^2$ , in particular we have

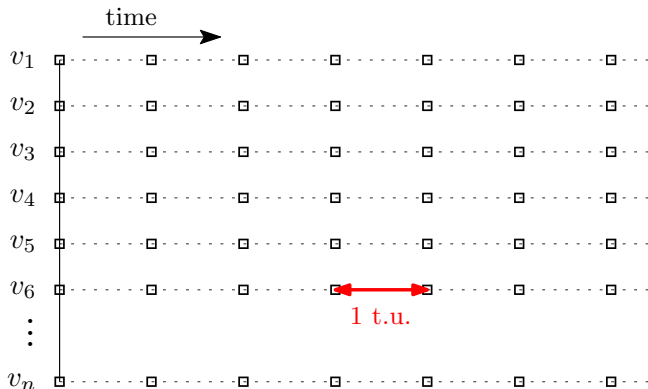
$$\alpha_{g+1, t_{g+1}} \geq \alpha_{g, t_g}^2 \cdot \left(1 - n^{-\varepsilon'}\right),$$

for any  $0 < \varepsilon' < \varepsilon$ .

# Oris vsebine

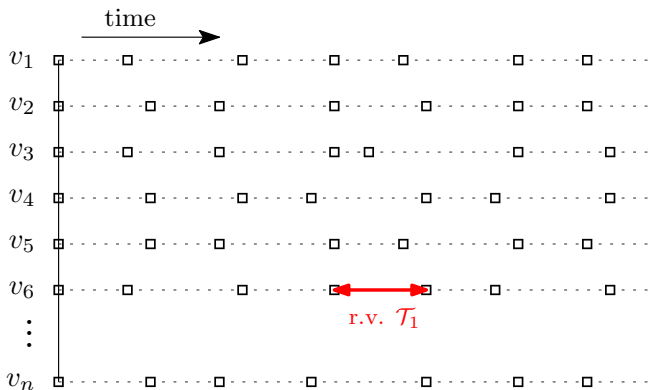
- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - **Ne-sinhroniziran model**
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - Prikaz rezultatov

# Sinhroniziran model



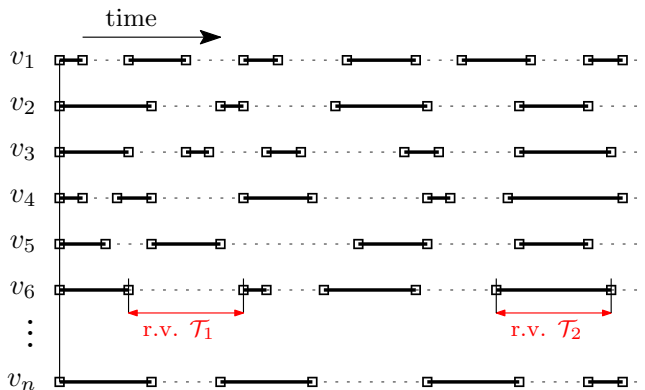
# Model brez sinhronizacije

## Poenostavljen model



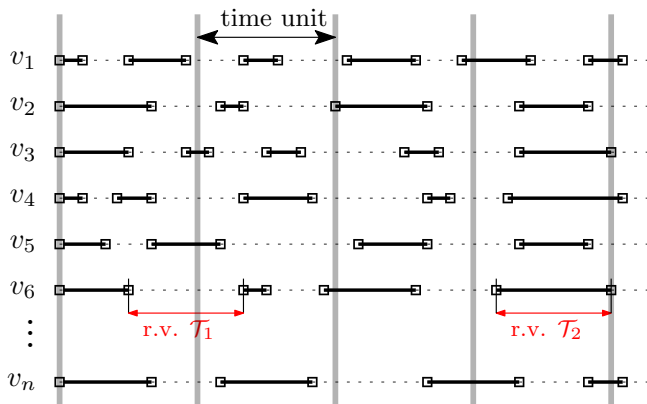
# Model brez sinhronizacije

## Model z zakasnitvami



# Model brez sinhronizacije

## Model z zakasnitvami





# Ne-sinhroniziran model

## Opis modela

- 1 Poljubno vozlišče čaka  $\mathcal{T}_1$  časa, preden začne z izvajanjem ( $\mathcal{T}_1$  je zvezna sluč. spremenljivka).
- 2 Čas izvajanja algoritma (npr. zaradi vzorčenja) ni zanemarljivo kratek, ampak traja  $\mathcal{T}_2$  časovnih enot.
- 3 Vozlišče lahko vzpostavi komunikacijo z naključnim vozliščem omrežja, ali pa tudi z enim izmed že-kontaktiranih (iz zgodovine) – zapomnimo si lahko le en tak naslov.
- 4 Vozlišča poznajo število  $n$ , lahko “odgovorijo” na omejeno število zahtevkov –  $\log n$ , ter znajo generirati naključna števila.

# Ne-sinhroniziran model

## Opis modela

- 1 Poljubno vozlišče čaka  $\mathcal{T}_1$  časa, preden začne z izvajanjem ( $\mathcal{T}_1$  je zvezna sluč. spremenljivka).
- 2 Čas izvajanja algoritma (npr. zaradi vzorčenja) ni zanemarljivo kratek, ampak traja  $\mathcal{T}_2$  časovnih enot.
- 3 Vozlišče lahko vzpostavi komunikacijo z naključnim vozliščem omrežja, ali pa tudi z enim izmed že-kontaktiranih (iz zgodovine) – zapomnimo si lahko le en tak naslov.
- 4 Vozlišča poznajo število  $n$ , lahko “odgovorijo” na omejeno število zahtevkov –  $\log n$ , ter znajo generirati naključna števila.

# Ne-sinhroniziran model

## Opis modela

- 1 Poljubno vozlišče čaka  $\mathcal{T}_1$  časa, preden začne z izvajanjem ( $\mathcal{T}_1$  je zvezna sluč. spremenljivka).
- 2 Čas izvajanja algoritma (npr. zaradi vzorčenja) ni zanemarljivo kratek, ampak traja  $\mathcal{T}_2$  časovnih enot.
- 3 Vozlišče lahko vzpostavi komunikacijo z naključnim vozliščem omrežja, ali pa tudi z enim izmed že-kontaktiranih (iz zgodovine) – zapomnimo si lahko le en tak naslov.
- 4 Vozlišča poznajo število  $n$ , lahko “odgovorijo” na omejeno število zahtevkov –  $\log n$ , ter znajo generirati naključna števila.

# Ne-sinhroniziran model

## Opis modela

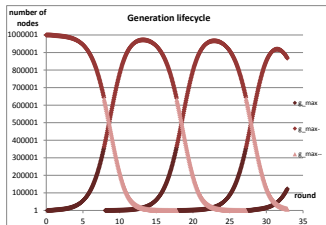
- 1 Poljubno vozlišče čaka  $\mathcal{T}_1$  časa, preden začne z izvajanjem ( $\mathcal{T}_1$  je zvezna sluč. spremenljivka).
- 2 Čas izvajanja algoritma (npr. zaradi vzorčenja) ni zanemarljivo kratek, ampak traja  $\mathcal{T}_2$  časovnih enot.
- 3 Vozlišče lahko vzpostavi komunikacijo z naključnim vozliščem omrežja, ali pa tudi z enim izmed že-kontaktiranih (iz zgodovine) – zapomnimo si lahko le en tak naslov.
- 4 Vozlišča poznajo število  $n$ , lahko “odgovorijo” na omejeno število zahtevkov –  $\log n$ , ter znajo generirati naključna števila.

# Ne-sinhroniziran model

## Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve “življenski obdobji”: Obdobje 2-vzorčenja ter “gossip” obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

Ne potrebujemo podatka o globalnem času; dovolj je za zaznamo določene mejne vrednosti deleža vozlišč v trenutni generaciji.

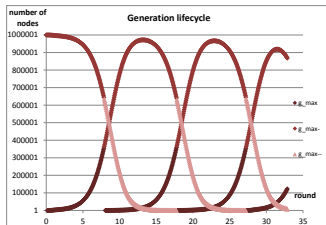


# Ne-sinhroniziran model

## Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve “življenski obdobji”: Obdobje 2-vzorčenja ter “gossip” obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

Ne potrebujemo podatka o globalnem času; dovolj je za zaznamo določene mejne vrednosti deleža vozlišč v trenutni generaciji.

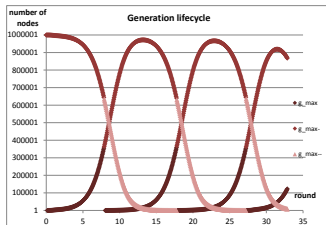


# Ne-sinhroniziran model

## Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve “življenski obdobji”: Obdobje 2-vzorčenja ter “gossip” obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

Ne potrebujemo podatka o globalnem času; dovolj je za zaznamo določene mejne vrednosti deleža vozlišč v trenutni generaciji.

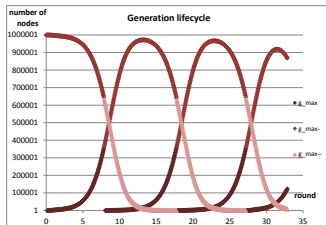


# Ne-sinhroniziran model

## Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve “življenski obdobji”: Obdobje 2-vzorčenja ter “gossip” obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

Ne potrebujemo podatka o globalnem času; dovolj je za zaznamo določene mejne vrednosti deleža vozlišč v trenutni generaciji.



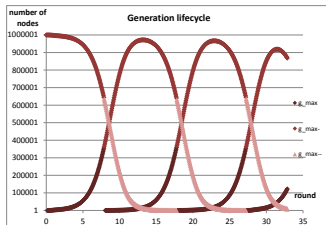


# Ne-sinhroniziran model

## Ideja pri sinhroniziranem modelu

- Vsaka generacija loči dve “življenski obdobji”: Obdobje 2-vzorčenja ter “gossip” obdobje.
- Algoritem pametno preklaplja med obema, ter ob primernem času dodaja nove generacije.

Ne potrebujemo podatka o globalnem času; dovolj je za zaznamo določene mejne vrednosti deleža vozlišč v trenutni generaciji.



# Asynchronous Model

How to make a transition while keeping the main ideas/results?

Different approaches:

- Approximate the global time by counting ticks.
- Modify the model by allowing a small shared memory.
- Simulate a small shared memory by a leader-node.
- Simulate one leader by partitioning a graph into several clusters, each *governed* by its own leader-node.

# Asynchronous Model

How to make a transition while keeping the main ideas/results?

Different approaches:

- Approximate the global time by counting ticks.
- Modify the model by allowing a small shared memory.
- Simulate a small shared memory by a leader-node.
- Simulate one leader by partitioning a graph into several clusters, each *governed* by its own leader-node.

# Asynchronous Model

How to make a transition while keeping the main ideas/results?

Different approaches:

- Approximate the global time by counting ticks.
- Modify the model by allowing a small shared memory.
- Simulate a small shared memory by a leader-node.
- Simulate one leader by partitioning a graph into several clusters, each *governed* by its own leader-node.

# Asynchronous Model

How to make a transition while keeping the main ideas/results?

Different approaches:

- Approximate the global time by counting ticks.
- Modify the model by allowing a small shared memory.
- Simulate a small shared memory by a leader-node.
- Simulate one leader by partitioning a graph into several clusters, each *governed* by its own leader-node.

## Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - **Implementacija ne-sinhroniziranega modela**
  - Prikaz rezultatov

# The Procedures

## The Simple Leader Election

---

**Algorithm 4** The description of the leader initialization.

---

**Require:** a vertex with `leader = null` ticked

- 1: **if**  $t = 0$  with probability  $\frac{1}{C_0 \log n}$  **then**
  - 2:     initialize `leader`  $\leftarrow$  `self`
  - 3:      $v \leftarrow$  a random neighbor
  - 4: **if**  $v.\text{leader} \neq \text{null}$  **then**
  - 5:     `leader`  $\leftarrow$   $v.\text{leader}$
  - 6:     send an 0-signal to `leader`
-

# The Procedures

## Node's Behavior

- Any fixed node contains the last-seen information from their leader (a generation and a state).
- For each sampled node, we check if it is of higher generation, and in case its leader allows it, we overwrite our color/generation.
- If unsuccessful, we try to preform TC-step, again in accordance with the leader-information of our samples.
- Finally, a node contacts its leader and synchronizes the state and/or highest allowed generation of the cluster.



# The Procedures

## Node's Behavior

- Any fixed node contains the last-seen information from their leader (a generation and a state).
- For each sampled node, we check if it is of higher generation, and in case its leader allows it, we overwrite our color/generation.
- If unsuccessful, we try to preform TC-step, again in accordance with the leader-information of our samples.
- Finally, a node contacts its leader and synchronizes the state and/or highest allowed generation of the cluster.

# The Procedures

## Node's Behavior

- Any fixed node contains the last-seen information from their leader (a generation and a state).
- For each sampled node, we check if it is of higher generation, and in case its leader allows it, we overwrite our color/generation.
- If unsuccessful, we try to perform TC-step, again in accordance with the leader-information of our samples.
- Finally, a node contacts its leader and synchronizes the state and/or highest allowed generation of the cluster.

# The Procedures

## Node's Behavior

- Any fixed node contains the last-seen information from their leader (a generation and a state).
- For each sampled node, we check if it is of higher generation, and in case its leader allows it, we overwrite our color/generation.
- If unsuccessful, we try to perform TC-step, again in accordance with the leader-information of our samples.
- Finally, a node contacts its leader and synchronizes the state and/or highest allowed generation of the cluster.

# The Procedures

## Node's Behavior

---

**Algorithm 5** The basic procedure of a node after clustering.

---

**Require:** a vertex  $v$  with leader  $\neq \text{null}$  ticked

- 1: from  $v', v''$ , sampled u.a.r., request information
- 2: **if**  $\exists \bar{v} \in \{v', v''\} : g(v) < g(\bar{v})$  and  $\bar{v}.l.\text{state} = \text{propagate}$  **then**
- 3:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v^*)$
- 4:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v^*)$
- 5: **else if**  $\exists \bar{v} \in \{v', v''\} : \bar{v}.l.\text{gen} > \text{gen}(v')$  and  $\text{col}(v') = \text{col}(v'')$  **then**
- 6:      $\text{col}(v) \leftarrow \text{col}(v')$
- 7:      $\text{gen}(v) \leftarrow \text{gen}(v') + 1$
- 8: contact leader, and if applicable:
- 9:     update own  $l.\text{gen}$  and  $l.\text{state}$ ,
- 10:    notify leader whether any of  $v', v''$  allow gossiping to  $v.l.\text{gen}$
- 11:    send a generation-update signal

# The Procedures

## Leader Behavior

---

**Algorithm 7** The description of the signals, received by leader.

---

**Require:** a  $i$ -signal

- 1: **if**  $i = 0$  **then**
- 2:   increment card
- 3: **else if**  $i > \text{gen}$  **then**
- 4:   new-generation( $i$ )
- 5: **if**  $i = \text{gen}$  **then**
- 6:   increment  $\text{gen} - \text{size}$
- 7:   **if**  $\text{state} = \text{null}$  and  $\text{card} \geq C_3 \log n$  **then** ▷ initial partitioning done
- 8:      $\text{state} \leftarrow S_1$
- 9:   **else if**  $\text{state} = S_1$  and  $S_2$ -condition **then** ▷ allow gossiping
- 10:     $\text{state} \leftarrow S_2$
- 11:   **else if**  $\text{state} = S_2$  and  $\frac{\text{gen-size}}{\text{card}} \geq \gamma_2$  and  $\text{gen} < \left\lceil \log \frac{\log n}{\alpha_0 - 1} \right\rceil$  **then**
- 12:     new\_generation( $\text{gen} + 1$ )
- 13:      $\text{state} \leftarrow S_1$

# Nesinhroniziran model

## Nadležni problemi

- Out-of-Sync Scenarios:
  - everyone is monotonically on the path towards higher awareness, hence an out-of-date information is not mis-leading.
- Threshold-based  $S_2$ -condition does not suffice anymore!
  - Time based
  - Threshold + Gossip based
- A small group of “delayed nodes” may arrive to a generation from a previous one by the two-choices-method, however, at the time the smaller generation could already be smaller!
- Small clusters?

# Nesinhroniziran model

## Nadležni problemi

- Out-of-Sync Scenarios:
  - everyone is monotonically on the path towards higher awareness, hence an out-of-date information is not mis-leading.
- Threshold-based  $S_2$ -condition does not suffice anymore!
  - Time based
  - Threshold + Gossip based
- A small group of “delayed nodes” may arrive to a generation from a previous one by the two-choices-method, however, at the time the smaller generation could already be smaller!
- Small clusters?

# Nesinhroniziran model

## Nadležni problemi

- Out-of-Sync Scenarios:
  - everyone is monotonically on the path towards higher awareness, hence an out-of-date information is not mis-leading.
- Threshold-based  $S_2$ -condition does not suffice anymore!
  - Time based
  - Threshold + Gossip based
- A small group of “delayed nodes” may arrive to a generation from a previous one by the two-choices-method, however, at the time the smaller generation could already be smaller!
- Small clusters?



# Nesinhroniziran model

## Nadležni problemi

- Out-of-Sync Scenarios:
  - everyone is monotonically on the path towards higher awareness, hence an out-of-date information is not mis-leading.
- Threshold-based  $S_2$ -condition does not suffice anymore!
  - Time based
  - Threshold + Gossip based
- A small group of “delayed nodes” may arrive to a generation from a previous one by the two-choices-method, however, at the time the smaller generation could already be smaller!
- Small clusters?

# Nesinhroniziran model

## Nadležni problemi

- Out-of-Sync Scenarios:
  - everyone is monotonically on the path towards higher awareness, hence an out-of-date information is not mis-leading.
- Threshold-based  $S_2$ -condition does not suffice anymore!
  - Time based
  - Threshold + Gossip based
- A small group of “delayed nodes” may arrive to a generation from a previous one by the two-choices-method, however, at the time the smaller generation could already be smaller!
- Small clusters?

# Nesinhroniziran model

## Nadležni problemi

- Out-of-Sync Scenarios:
  - everyone is monotonically on the path towards higher awareness, hence an out-of-date information is not mis-leading.
- Threshold-based  $S_2$ -condition does not suffice anymore!
  - Time based
  - Threshold + Gossip based
- A small group of “delayed nodes” may arrive to a generation from a previous one by the two-choices-method, however, at the time the smaller generation could already be smaller!
- Small clusters?

# Nesinhroniziran model

## Nadležni problemi

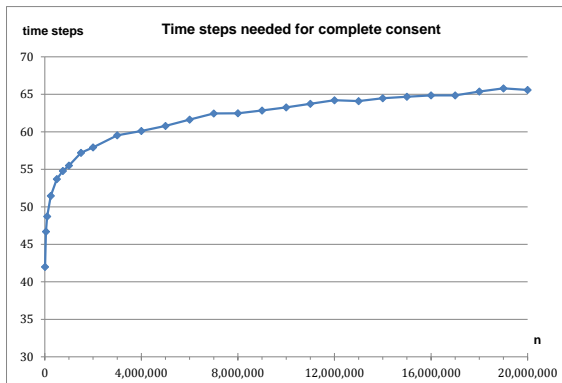
- Out-of-Sync Scenarios:
  - everyone is monotonically on the path towards higher awareness, hence an out-of-date information is not mis-leading.
- Threshold-based  $S_2$ -condition does not suffice anymore!
  - Time based
  - Threshold + Gossip based
- A small group of “delayed nodes” may arrive to a generation from a previous one by the two-choices-method, however, at the time the smaller generation could already be smaller!
- Small clusters?

# Oris vsebine

- 1 Zakaj konsenz?**
  - Problem bizantinskih generalov
  - Problem naključnega bara
  - Kakšno rešitev želimo?
  - Opis problema
- 2 Ideje za napad problema**
  - Naivni PULL pristop
  - Pristop 2-vzorčenja
  - Gossip algoritmi
  - OEB Pristop
- 3 Prostor za izboljšave?**
  - Naš pristop...
  - Okvir matematične analize
  - Ne-sinhroniziran model
  - Implementacija ne-sinhroniziranega modela
  - **Prikaz rezultatov**

# Prikaz rezultatov

## Performance with worst-case initial opinions – Asynchronous Protocol



$$k \sim \sqrt[3]{n}$$

$$\alpha \sim 1.8$$

$$c_a : c_b \sim 0.59\% : 0.33\%$$

$$\#\text{gruč} \sim \frac{n}{5 \log n}$$

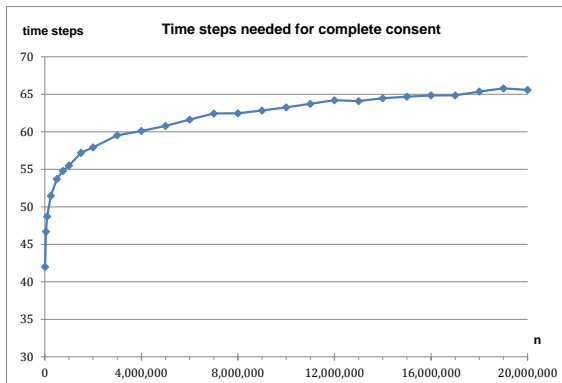
delay :

$$\mathcal{F}_1 = \text{Poisson}(1)$$

$$\mathcal{F}_2 = \text{Poisson}\left(\frac{1}{4}\right)$$

# Prikaz rezultatov

## Performance with worst-case initial opinions – Asynchronous Protocol



$$k \sim \sqrt[3]{n}$$

$$\alpha \sim 1.8$$

$$c_a : c_b \sim 0.59\% : 0.33\%$$

$$\#\text{gruč} \sim \frac{n}{5 \log n}$$

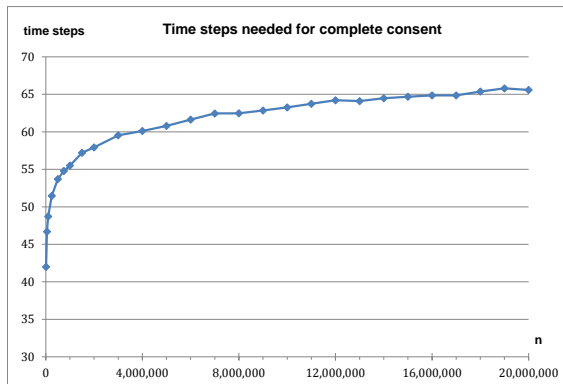
delay :

$$\mathcal{F}_1 = \text{Poisson}(1)$$

$$\mathcal{F}_2 = \text{Poisson}\left(\frac{1}{4}\right)$$

# Prikaz rezultatov

## Performance with worst-case initial opinions – Asynchronous Protocol



$$k \sim \sqrt[3]{n}$$

$$\alpha \sim 1.8$$

$$c_a : c_b \sim 0.59\% : 0.33\%$$

$$\#\text{gruč} \sim \frac{n}{5 \log n}$$

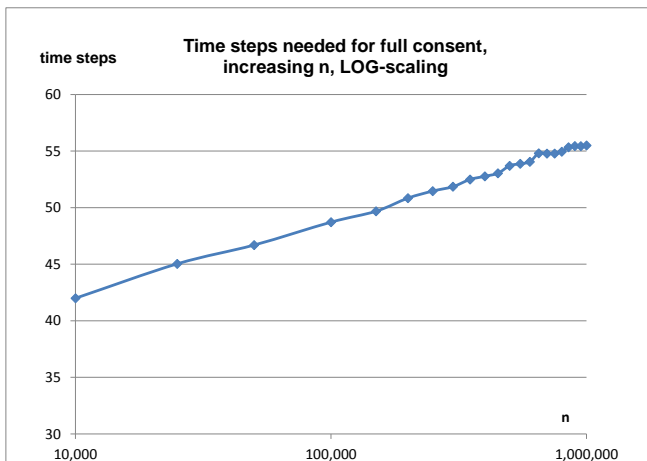
delay :

$$\mathcal{T}_1 = \text{Poisson}(1)$$

$$\mathcal{T}_2 = \text{Poisson}\left(\frac{1}{4}\right)$$



## Prikaz rezultatov

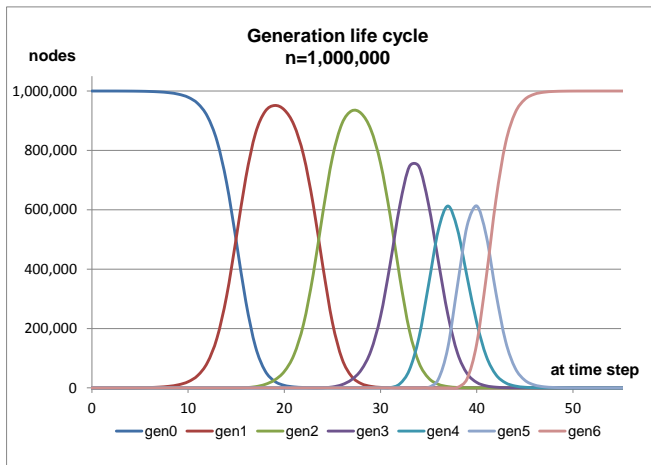


Zakaj konsenz?  
Ideje za napad problema  
Prostor za izboljšave?  
Kam naprej?

Naš pristop...  
Okvir matematične analize  
Ne-sinhroniziran model  
Implementacija ne-sinhroniziranega modela  
Prikaz rezultatov

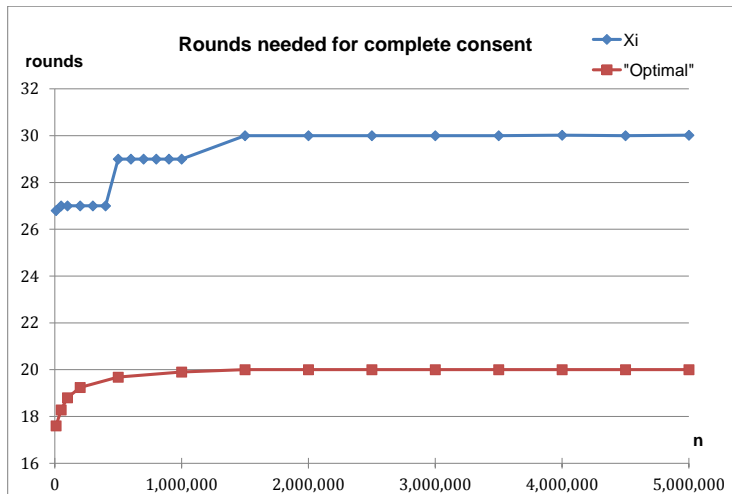
# Prikaz rezultatov

## Propagacija generacij skozi čas



# Prikaz rezultatov

Sinhroniziran model,  $k = \ln n$ ,  $\alpha = 1.5$  (worst-case initial coloring)



## Oprte sorodne teme

- Robustnost proti zlonamernežem...
- Kako definirati skorajšnji konsenz v velikih omrežjih?
- Algoritem brez mejnih parametrov
- Izboljšana verjetnostna analiza martingalov → izboljšana koncentracija rezultatov → garancija algoritmov pri razširjenih pogojih
- Pod katerimi pogoji je čas reda  $\log \log n$  možen?
- Natančna obravnava ravnovesja med potrebnim pomnilnikom ter časom izvajanja.

## Oprte sorodne teme

- Robustnost proti zlonamernežem...
- Kako definirati skorajšnji konsenz v velikih omrežjih?
- Algoritem brez mejnih parametrov
- Izboljšana verjetnostna analiza martingalov → izboljšana koncentracija rezultatov → garancija algoritmov pri razširjenih pogojih
- Pod katerimi pogoji je čas reda  $\log \log n$  možen?
- Natančna obravnava ravnovesja med potrebnim pomnilnikom ter časom izvajanja.

## Oprte sorodne teme

- Robustnost proti zlonamernežem...
- Kako definirati skorajšnji konsenz v velikih omrežjih?
- Algoritem brez mejnih parametrov
- Izboljšana verjetnostna analiza martingalov → izboljšana koncentracija rezultatov → garancija algoritmov pri razširjenih pogojih
- Pod katerimi pogoji je čas reda  $\log \log n$  možen?
- Natančna obravnava ravnovesja med potrebnim pomnilnikom ter časom izvajanja.

## Oprte sorodne teme

- Robustnost proti zlonamernežem...
- Kako definirati skorajšnji konsenz v velikih omrežjih?
- Algoritem brez mejnih parametrov
- Izboljšana verjetnostna analiza martingalov → izboljšana koncentracija rezultatov → garancija algoritmov pri razširjenih pogojih
- Pod katerimi pogoji je čas reda  $\log \log n$  možen?
- Natančna obravnava ravnovesja med potrebnim pomnilnikom ter časom izvajanja.

## Oprte sorodne teme

- Robustnost proti zlonamernežem...
- Kako definirati skorajšnji konsenz v velikih omrežjih?
- Algoritem brez mejnih parametrov
- Izboljšana verjetnostna analiza martingalov → izboljšana koncentracija rezultatov → garancija algoritmov pri razširjenih pogojih
- Pod katerimi pogoji je čas reda  $\log \log n$  možen?
- Natančna obravnava ravnovesja med potrebnim pomnilnikom ter časom izvajanja.



## Oprte sorodne teme

- Robustnost proti zlonamernežem...
- Kako definirati skorajšnji konsenz v velikih omrežjih?
- Algoritem brez mejnih parametrov
- Izboljšana verjetnostna analiza martingalov → izboljšana koncentracija rezultatov → garancija algoritmov pri razširjenih pogojih
- Pod katerimi pogoji je čas reda  $\log \log n$  možen?
- Natančna obravnava ravnovesja med potrebnim pomnilnikom ter časom izvajanja.

## Problem konsenza

### Kaj smo spoznali?

- Problem konsenza je zanimiv in uporaben problem - klasičen problem na področju paralelnih oz. distribuiranih algoritmov.
- Osnovne ideje za reševanje teh in sorodnih problemov so preproste!
- Okvirno smo skicirali primer učinkovite algoritmične rešitve.

# Problem konsenza

## Kaj smo spoznali?

- Problem konsenza je zanimiv in uporaben problem - klasičen problem na področju paralelnih oz. distribuiranih algoritmov.
- Osnovne ideje za reševanje teh in sorodnih problemov so preproste!
- Okvirno smo skicirali primer učinkovite algoritmične rešitve.

# Problem konsenza

## Kaj smo spoznali?

- Problem konsenza je zanimiv in uporaben problem - klasičen problem na področju paralelnih oz. distribuiranih algoritmov.
- Osnovne ideje za reševanje teh in sorodnih problemov so preproste!
- Okvirno smo skicirali primer učinkovite algoritmične rešitve.

Vprašanja!