

Vsebina predavanja:

Jurij Kovič, *Euler in kompleksna števila*,

Izleti v matematično vesolje, UP FAMNIT, Koper, 21.3.2018

Namen predavanja:

1) predstaviti življenje in delo Leonharda Eulerja, ki je pomembno vplival na mnoga področja matematike,

2) predstaviti zgodovino, teorijo in uporabe kompleksnih števil, enega od področij, h katerega razvoju je prav Euler pomembno prispeval.

1. del: *Leonhard Euler – življenje, delo in osebnost*

Leonhard Euler (1707-1783)

nekaj citatov o Eulerju

Euler – učitelj nas vseh

Euler – univerzalni matematik

Nekaj matematičnih področij, h katerim je Euler odločilno prispeval

Teorija števil

Logaritmi

Neskončne vrste

Analitična teorija števil

Kompleksna števila

Algebra

Geometrija

Kombinatorika

Euler – izjemno plodovit matematik

Eulerjeva Opera omnia

Eulerjeva in matematična strogost

Euler – matematik 18. stoletja

Euler – utelešena analiza

Kje je Euler dobival matematične ideje

Kakšne raziskovalne metode je uporabljal Euler

Nekaj matematičnih področij, h katerim je Euler odločilno prispeval

Eulerjevi prispevki k matematični notaciji

Nekaj Eulerjevih najslavnejših rezultatov

$$\sum \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

poliedrska formula: $V - E + F = 2$

$$e^{\pi i} - 1 = 0$$

Eulerjeva produktna formula

gostota praštevil: $\sum \frac{1}{p}$ po vseh praštevilih divergira

rodovne funkcije in particijska števila

Euler-Fermatov izrek: $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$

skakačevi obhodi šahovnice

problem Königsberških mostov

Eulerjeva premica v trikotniku

Eulerjeva funkcija $\varphi(n)$ v teoriji števil

funkciji beta in gama se pripisujeta njemu

eden med prvimi razvil teorijo verižnih ulomkov

uporabil je idejo integracijskega faktorja pri reševanju diferencialnih enačb

prispeval k diferencialni geometriji in variacijskemu računu,

močno obogatil teorijo števil

raziskoval orbiformne krivulje, ki imajo, kot krog, stalno širino

Vennovi diagrami (1880) in Eulerjevi krogi (1761)

Newtonovo mehaniko predstavil s sredstvi infinitezimalnega računa

izjemen pisec učbenikov, velik popularizator matematike in znanosti

Eulerjeva uporaba sintetičnih in analitičnih metod v geometriji

Eulerjeva premica

Euler kot avtor

Eulerjeva osebnostna in biografska skica

Eulerjeva osebnost

Eulerjeva življenjska pot

Glavne postaje Eulerjevega življenja

Eulerjev mentor - Johann Bernoulli (1667-1748)

Bernoullijev učenec in učitelj

Prvi odhod v Rusijo

Euler reši Baselski problem

Euler nadaljuje s plodnim in uspešnim delom, kljub oviram

Euler gre v Berlin

Pisma nemški princesi
Vrnitev v Rusijo
Kaj Euler pomeni za današnjo matematiko
Kaj Euler pomeni današnjim matematikom

2. del: *Kompleksna števila – zgodovina, teorija in uporaba*

a) Eulerjevi predhodniki in kompleksna števila

Italijanski mojstri 13. do 16. stoletja

mojster Benedetto iz Firenc,

mojster Biaggio iz Firenc,

Attonio Mazzinghi,

Luca Pacioli,

mojster Dardi iz Pise,

Scipione del Ferro,

Niccolo Tartaglia,

Gerolamo Cardano,

Lodovico Ferrari,

Rafael Bombelli, in drugi.

Reševanje enačbe 3. stopnje $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

Reducirana kubična enačba

Cardanove formule

Rešitev reducirane kubične enačbe $x^3 = mx + n$ je

$$x = \sqrt[3]{\frac{n}{2} + \sqrt{\frac{n^2}{4} - \frac{m^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{n}{2} - \sqrt{\frac{n^2}{4} - \frac{m^3}{27}}}.$$

Zadrega s kompleksnimi števili

Descartes, Leibniz o kompleksnih številih

b) Euler in kompleksna števila

Eulerjeva izpeljava formule za rešitev enačb 3. stopnje

Euler o kompleksnih številih

Euler in n -ti koreni kompleksnih števil

Eulerjev dokaz in uporabe De Moivreove formule

n -ti koreni kompleksnih števil

Euler in Cardanove formule

vrsti za $\cos x, \sin x$,
 Euler - pionir
 Eulerjeva identiteta $e^{ix} = \cos x + i \sin x$,
 Eulerjeva formula $e^{i\pi} + 1 = 0$
 logaritmi negativnih števil
 logaritmi imaginarnih in kompleksnih števil
 sinus in kosinus kompleksnega števila
 identiteta $\cos(a + bi)^2 + \sin(a + bi)^2 = 1$,
 Euler in enačba $y^3 = x^2 + 2$
 geometrijska predstavitev kompleksnih števil
 Wallis, Wessel, Argand, Gauss

- c) Eulerjevi nasledniki in kompleksna števila
- Gaussova konstrukcija pravilnega 17-kotnika (1796),
 - teorija matrik (1850), predstavitev kompleksnih števil z 2×2 matrikami,
 - Kvaternioni, oktonioni
 - Nekaj uporab kompleksnih števil
 - Cauchy, Riemann, Weierstrass
 - Kompleksna analiza (teorija funkcij kompleksne spremenljivke)

Viri in literatura:

- [1] William Dunham, *Euler, The Master of Us All*, The Mathematical Association of America, Dolciani Mathematical Expositions No.22, 1999.
- [2] Paul J. Nahin, *Dr. Euler's Fabulous Formula cures many mathematical ills*, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2006.
- [3] B. L. van der Waerden, *A History of Algebra*, Springer, Berlin Heidelberg New York Tokyo 1985.
- [4] C. Edward Sandifer, *How Euler Did It*, MAA, 2007.
- [5] R. Wilson, *Euler's pioneering equation*, Oxford University press, 2018.
- [6] Paul J. Nahin, *An Imaginary Tale, The story of $\sqrt{-1}$* , Princeton University Press, 1998.
- [7] Liang-shin Hahn, *Complex numbers and geometry*, MAA, 1994.
- [8] V. S. Varadarajan, *Euler Through Time: A New Look at Old Themes*, AMS, 2006.