

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Senzorska omrežja, načrtovanje porok, ...

[26.2.2014, Koper]

Boštjan Brešar

Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

- 1 Načrtovanje porok
- 2 Hallov poročni izrek
- 3 Latinski kvadrati in pravokotniki
- 4 Prenos paketov
- 5 Razporeditev poslov
- 6 Brezžična senzorska omrežja

Philip Hall

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Philip Hall (11.4.1904 - 30.12.1982) angleški matematik, ki se je ukvarjal s teorijo grup; dobitnik več nagrad in priznanj (Sylvestrova medalja, De Morganova medalja, itd.) in od leta 1951 član Royal Society.



Poroke v času Hallove mladosti

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

♥	Peter	Rudolf	Stane	Teodor	Ulrik
Anja	✓			✓	
Brina		✓		✓	✓
Cecilija	✓			✓	
Dominika	✓		✓		
Evridika		✓	✓		
Ferdinanda		✓	✓	✓	✓

Poroke v času Hallove mladosti

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

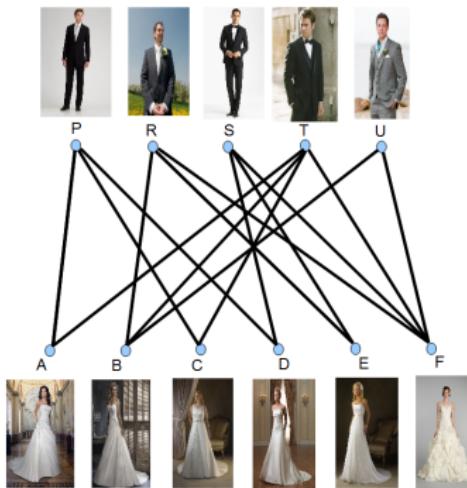
Prenos
paketov

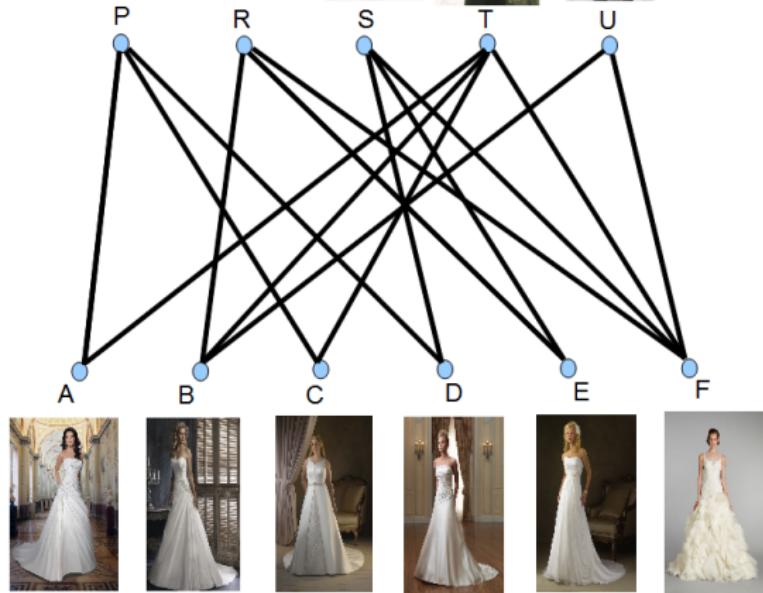
Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

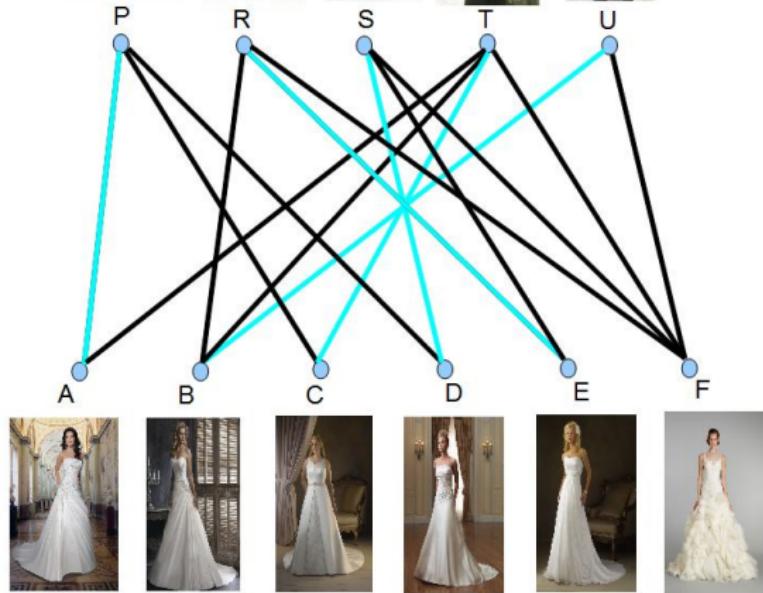
♥	Peter	Rudolf	Stane	Teodor	Ulrik
Anja	✓			✓	
Brina		✓		✓	✓
Cecilija	✓			✓	
Dominika	✓		✓		
Evridika		✓	✓		
Ferdinanda		✓	✓	✓	✓

\$	Peter	Rudolf	Stane	Teodor	Ulrik
Anja	✓			✓	
Brina		✓		✓	✓
Cecilija	✓			✓	
Dominika	✓			✓	
Evridika		✓	✓		
Ferdinanda		✓	✓	✓	✓





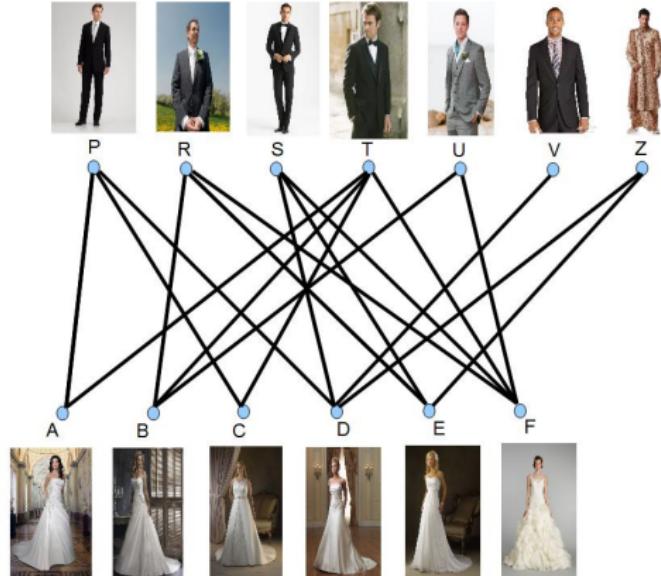
Friderika nima ženina. :-(

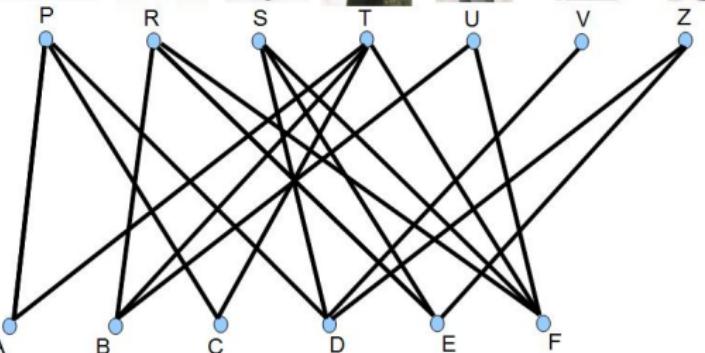


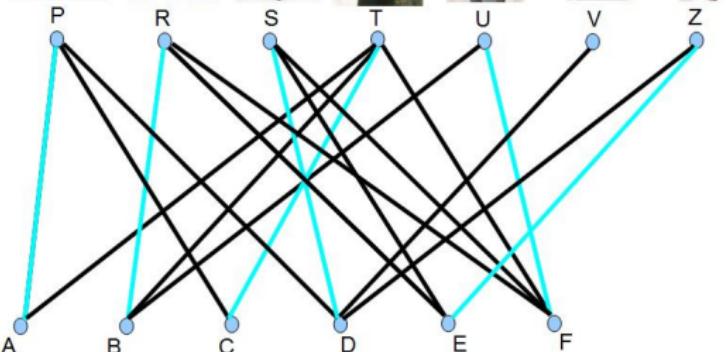
Friderika nima ženina. :-(

	Pet.	Rud.	Sta.	Teo.	Ulr.	Vil.	Zor.
Anja	✓			✓			
Brina		✓		✓	✓		
Cecilija	✓			✓			
Dominika	✓					✓	✓
Evridika		✓	✓				✓
Ferdinanda		✓	✓	✓	✓		

	Pet.	Rud.	Sta.	Teo.	Ulr.	Vil.	Zor.
Anja	✓			✓			
Brina		✓		✓	✓		
Cecilija	✓			✓			
Dominika	✓				✓	✓	
Evridika		✓	✓				✓
Ferdinanda		✓	✓	✓	✓		







Snubcev vsaj toliko kot deklet - je to že dovolj?

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

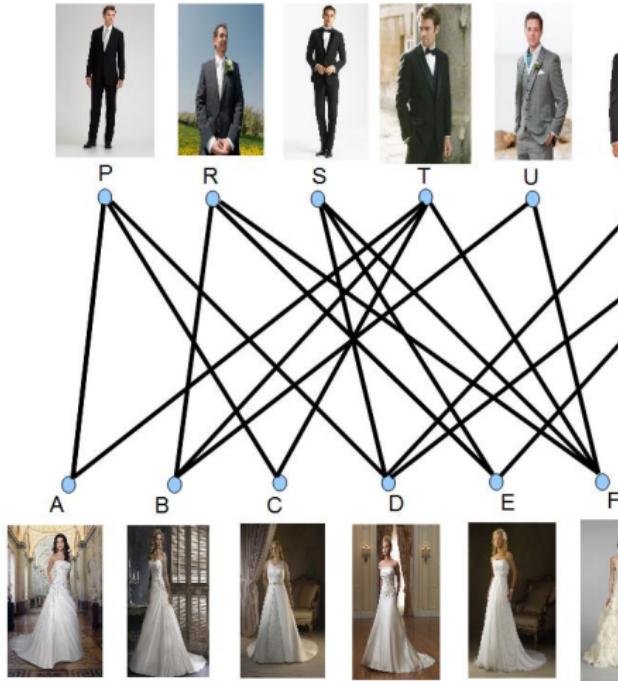
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Snubcev vsaj toliko kot deklet - je to že dovolj?

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

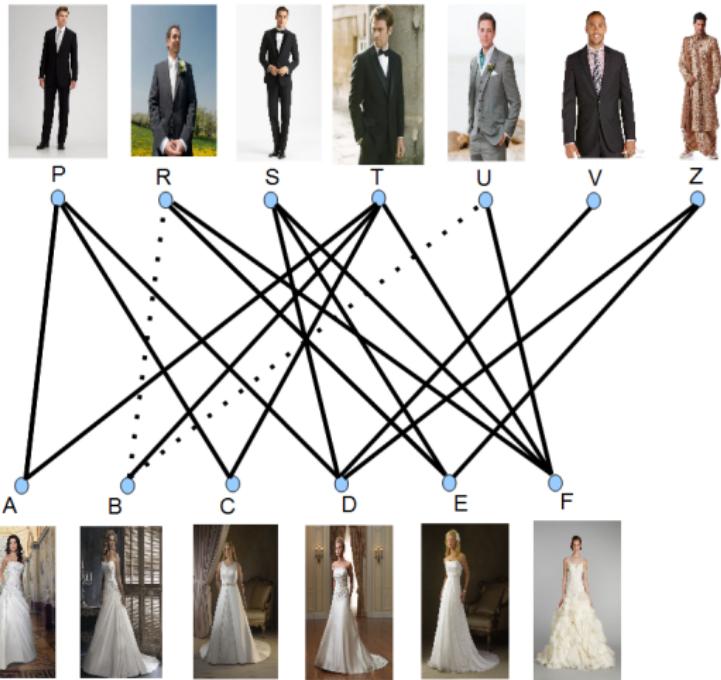
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Snubcev vsaj toliko kot deklet - je to že dovolj?

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

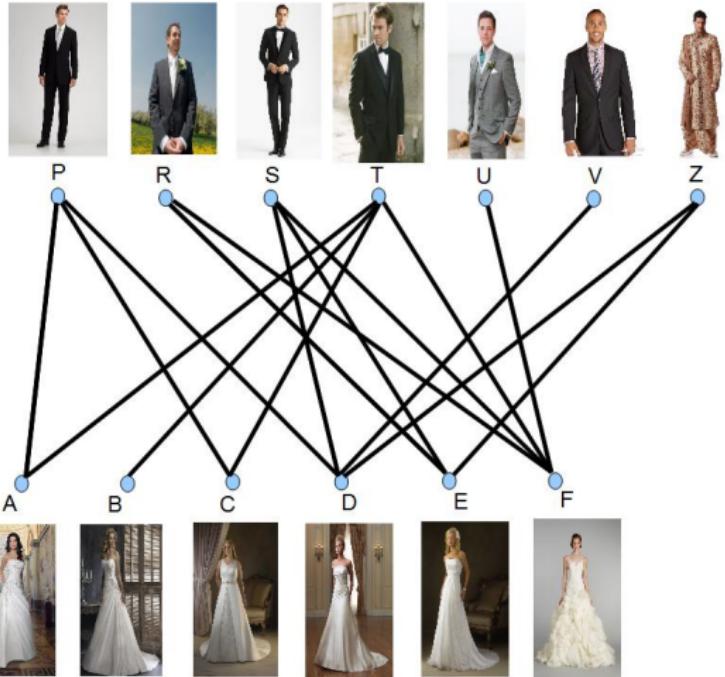
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Snubcev vsaj toliko kot deklet - je to že dovolj?

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

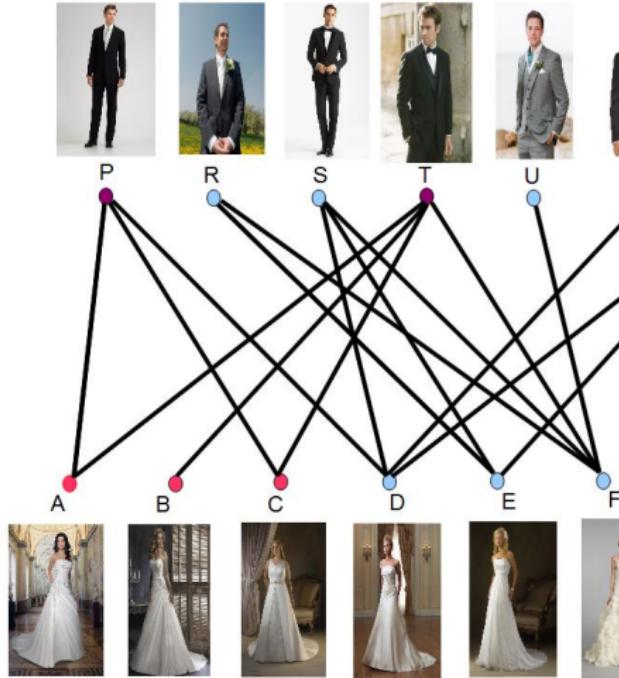
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

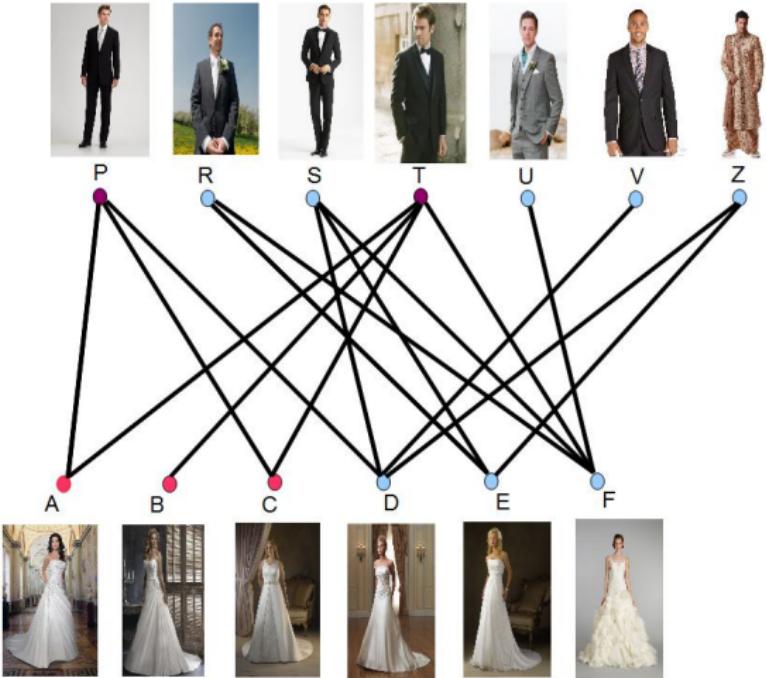
Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



NI DOVOLJ!



Anja, Brina in Cecilija imajo na razpolago le Petra in Teodorja.

Hallov poročni izrek

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Izrek (P. Hall, 1935)

Naj bo D množica deklet, S množica snubcev, N pa relacija, ki določa primernost snubcev za dekleta.

Vsa dekleta iz množice D lahko poročimo natanko tedaj, ko za vsako podmnožico deklet X ($X \subset D$) velja, da je $|N(X)| \geq |X|$.

Hallov pogoj z besedami: za vsako podmnožico deklet X mora biti število primernih snubcev (to je takšnih, ki so primerni za vsaj eno od deklet iz množice X) vsaj tolikšno kot je deklet v X .

Hallov poročni izrek

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Izrek (P. Hall, 1935)

Naj bo D množica deklet, S množica snubcev, N pa relacija, ki določa primernost snubcev za dekleta.

Vsa dekleta iz množice D lahko poročimo natanko tedaj, ko za vsako podmnožico deklet X ($X \subset D$) velja, da je $|N(X)| \geq |X|$.

Hallov pogoj z besedami: za vsako podmnožico deklet X mora biti število primernih snubcev (to je takšnih, ki so primerni za vsaj eno od deklet iz množice X) vsaj tolikšno kot je deklet v X .

Hallov izrek - izvirna oblika

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Sistem različnih predstavnikov - definicija

Dana naj bo množica S in naj bo D družina množic,
 $D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$, kjer je vsaka D_i podmnožica množice S
(to je, $D_i \subseteq S$, za vse $i = 1, \dots, k$).

Družina množic D premore **sistem različnih predstavnikov**,
če obstaja takšnih k različnih elementov iz množice S , da vsak
od njih pripada natanko eni izmed množic v D .

Pravimo tudi, da vsak tak element predstavlja množico D_i ,
oziroma da ima vsaka množica D_i svojega predstavnika.

Hallov izrek - izvirna oblika

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Sistem različnih predstavnikov - definicija

Dana naj bo množica S in naj bo D družina množic,
 $D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$, kjer je vsaka D_i podmnožica množice S
(to je, $D_i \subseteq S$, za vse $i = 1, \dots, k$).

Družina množic D premore **sistem različnih predstavnikov**,
če obstaja takšnih k različnih elementov iz množice S , da vsak
od njih pripada natanko eni izmed množic v D .

Pravimo tudi, da vsak tak element predstavlja množico D_i ,
oziroma da ima vsaka množica D_i svojega predstavnika.

Primer - sistem različnih predstavnikov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

$$S = \{Peter, Rudolf, Stane, Teodor, Ulrik, Viljem, Zoran\}$$
$$D = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\}$$

Košarka D_1	Tenis D_2	Hokey D_3	Plavanje D_4	Jadranje D_5
Peter	Stane	Peter	Rudolf	Peter
Teodor	Teodor	Stane	Ulrik	Rudolf
Ulrik	Viljem	Teodor	Zoran	Viljem
Viljem		Ulrik		
Zoran		Viljem		
		Zoran		

Primer - sistem različnih predstavnikov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščna
senzorska
omrežja

$$S = \{Peter, Rudolf, Stane, Teodor, Ulrik, Viljem, Zoran\}$$
$$D = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\}$$

Košarka D_1	Tenis D_2	Hokej D_3	Plavanje D_4	Jadranje D_5
Peter	Stane	Peter	Rudolf	Peter
Teodor	Teodor	Stane	Ulrik	Rudolf
Ulrik	Viljem	Teodor	Zoran	Viljem
Viljem		Ulrik		
Zoran		Viljem		
		Zoran		

Primer - sistem različnih predstavnikov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

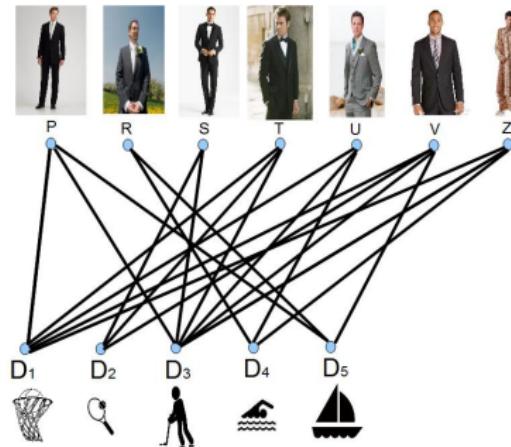
Brezščina
senzorska
omrežja

$$S = \{Peter, Rudolf, Stane, Teodor, Ulrik, Viljem, Zoran\}$$

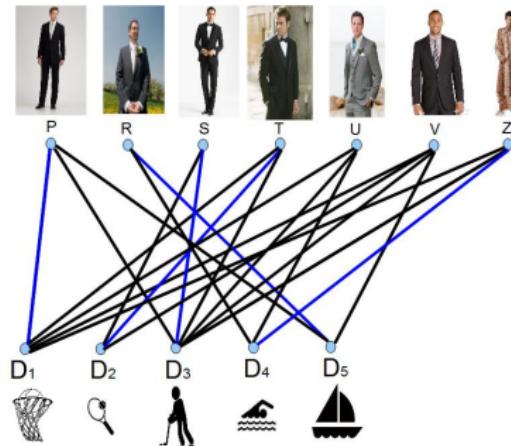
$$D = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\}$$

Košarka D_1	Tenis D_2	Hokej D_3	Plavanje D_4	Jadranje D_5
Peter	Stane	Peter	Rudolf	Peter
Teodor	Teodor	Stane	Ulrik	Rudolf
Ulrik	Viljem	Teodor	Zoran	Viljem
Viljem		Ulrik		
Zoran		Viljem		
		Zoran		

Košarka D_1	Tenis D_2	Hokej D_3	Plavanje D_4	Jadranje D_5
Peter Teodor Ulrik Viljem Zoran	Stane Teodor Viljem	Peter Stane Teodor Ulrik Viljem Zoran	Rudolf Ulrik Zoran	Peter Rudolf Viljem



Košarka D_1	Tenis D_2	Hokej D_3	Plavanje D_4	Jadranje D_5
Peter Teodor Ulrik Viljem Zoran	Stane Teodor Viljem	Peter Stane Teodor Ulrik Viljem Zoran	Rudolf Ulrik Zoran	Peter Rudolf Viljem



Hallov izrek - izvirna oblika

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščina
senzorska
omrežja

Izrek (P. Hall, 1935)

Družina množic $D = \{D_1, \dots, D_k\}$, podmnožic množice S , premore sistem različnih predstavnikov natanko takrat, ko vsaka njena podružina D' v svoji uniji premore vsaj $|D'|$ elementov iz S .

S simboli: za vsako poddružino D' družine množic D , velja

$$|\bigcup_{D_i \in D'} D_i| \geq |D'|.$$

Primer "slabe" družine

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

D_1 (koš.)	D_2 (ten.)	D_3 (hok.)	D_4 (pla.)	D_5 (jad.)	D_6 (šah)
Peter	Stane	Peter	Stane	Stane	Teodor
Teodor	Teodor	Stane	Ulrik	Teodor	Ulrik
Ulrik		Teodor		Ulrik	
Viljem		Ulrik			
Zoran		Viljem			
		Zoran			

$$D_2 \cup D_4 \cup D_5 \cup D_6 = \{Stane, Teodor, Ulrik\}$$

$$|D_2 \cup D_4 \cup D_5 \cup D_6| = 3 < 4$$

Primer "slabe" družine

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

D_1 (koš.)	D_2 (ten.)	D_3 (hok.)	D_4 (pla.)	D_5 (jad.)	D_6 (šah)
Peter	Stane	Peter	Stane	Stane	Teodor
Teodor	Teodor	Stane	Ulrik	Teodor	Ulrik
Ulrik		Teodor		Ulrik	
Viljem		Ulrik			
Zoran		Viljem			
		Zoran			

$$D_2 \cup D_4 \cup D_5 \cup D_6 = \{Stane, Teodor, Ulrik\}$$

$$|D_2 \cup D_4 \cup D_5 \cup D_6| = 3 < 4$$

Latinski kvadrat

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

1	3	5	2	4	6
2	4	6	1	3	5
3	5	1	4	6	2
4	6	2	5	1	3
5	1	3	6	2	4
6	2	4	3	5	1

Definicija

Latinski kvadrat je tabela (matrika) dimenzijsi $n \times n$, v kateri je vsak element število med 1 in n in nobena dva elementa v isti vrstici (in istem stolpcu) med sabo nista enaka.

Latinski pravokotnik

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

1	3	5	2	4	6
2	4	6	1	3	5
3	5	1	4	6	2

1	3	5	2	4	6
2	4	6	1	3	5

Definicija

Latinski pravokotnik je tabela (matrika) dimenzijsi $m \times n$ ($m \leq n$), v kateri je vsak element število med 1 in n in nobena dva elementa v isti vrstici (in istem stolpcu) med sabo nista enaka.

Razširitev latinskega pravokotnika

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Pravimo, da je kvadrat

1	3	5	2	4	6
2	4	6	1	3	5
3	5	1	4	6	2
4	6	2	5	1	3
5	1	3	6	2	4
6	2	4	3	5	1

razširitev latinskega pravokotnika

1	3	5	2	4	6
2	4	6	1	3	5
3	5	1	4	6	2

Seveda je gornji latinski kvadrat razširitev tudi tega LP:

1	3	5	2	4	6
2	4	6	1	3	5

Razširitev latinskega pravokotnika

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Vprašanje

Ali je možno vsak latinski pravokotnik razširiti do latinskega kvadrata?

Odgovor

Je!

Pomagamo si lahko s Hallovim izrekom.

Razširitev latinskega pravokotnika

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Vprašanje

Ali je možno vsak latinski pravokotnik razširiti do latinskega kvadrata?

Odgovor

Je!

Pomagamo si lahko s Hallovim izrekom.

Prenos (informacijskih) paketov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

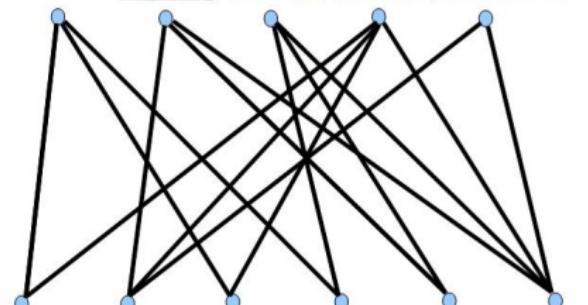
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Prenos (informacijskih) paketov

Senzorska omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

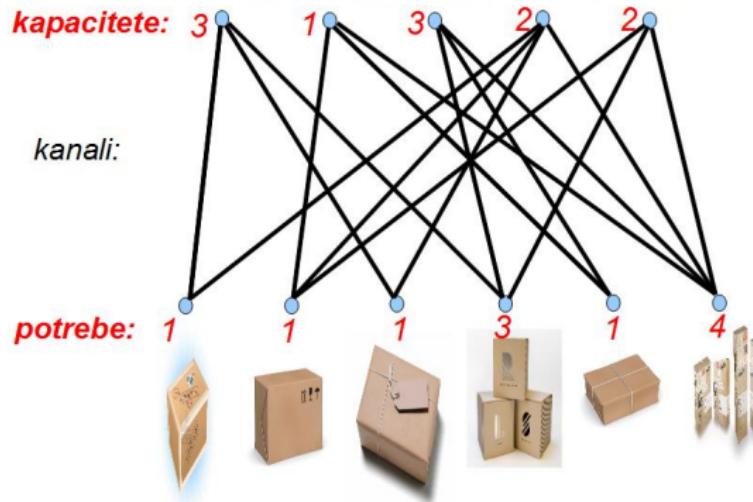
Hallov poročni
izrek

Latinski kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Problem prenosa paketov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

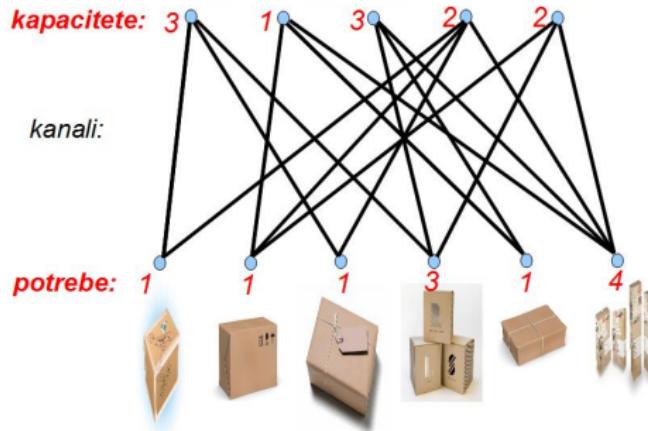
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Pri danih potrebah vozlišč za prenos paketov, kanalih prenosa (vsak kanal prenese en paket) in kapacitetah sprejemnih predalov, ali je možno izpeljati prenos vseh paketov?



Definicije pojmov

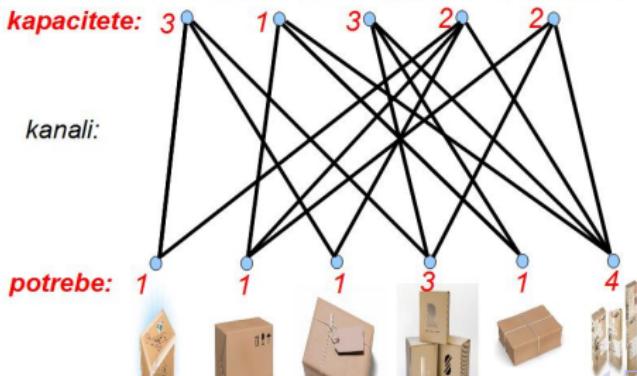
A množica predalov, B množica vozlišč s paketi.

$f: A \rightarrow \mathbb{N}$ funkcija kapacitet predalov.

$g: B \rightarrow \mathbb{N}$ funkcija potreb v vozliščih (število paketov).

Naj bo Y neka podmnožica B. Za $x \in A$, naj bo $d_Y(x)$ število kanalov, ki vodijo od x do elementov iz množice Y.

Za $X \subset A$, naj bo $f(X, Y) = \sum_{x \in X} \min\{f(x), d_Y(x)\}$, kar imenujemo relativna razpoložljivost množice X glede na f in Y.



Problem prenosa paketov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Kdaj je torej možno izpeljati prenos paketov ob danih pogojih?

1. Skupna kapaciteta predalov vsaj tolikšna kot skupna potreba paketov.
2. Prvi pogoj mora veljati za vsako podmnožico Y množice paketov B - relativna razpoložljivost množice predalov A mora biti za vsako podmnožico Y vsaj tolikšna kot je število vseh paketov v Y .

Problem prenosa paketov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Kdaj je torej možno izpeljati prenos paketov ob danih pogojih?

1. Skupna kapaciteta predalov vsaj tolikšna kot skupna potreba paketov.
2. Prvi pogoj mora veljati za vsako podmnožico Y množice paketov B - relativna razpoložljivost množice predalov A mora biti za vsako podmnožico Y vsaj tolikšna kot je število vseh paketov v Y .

Problem prenosa paketov

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Kdaj je torej možno izpeljati prenos paketov ob danih pogojih?

1. Skupna kapaciteta predalov vsaj tolikšna kot skupna potreba paketov.
2. Prvi pogoj mora veljati za vsako podmnožico Y množice paketov B - relativna razpoložljivost množice predalov A mora biti za vsako podmnožico Y vsaj tolikšna kot je število vseh paketov v Y .

Posplošitev Hallovega izreka za problem prenosa

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Izrek (Bokal, B., Jerebic, 2011)

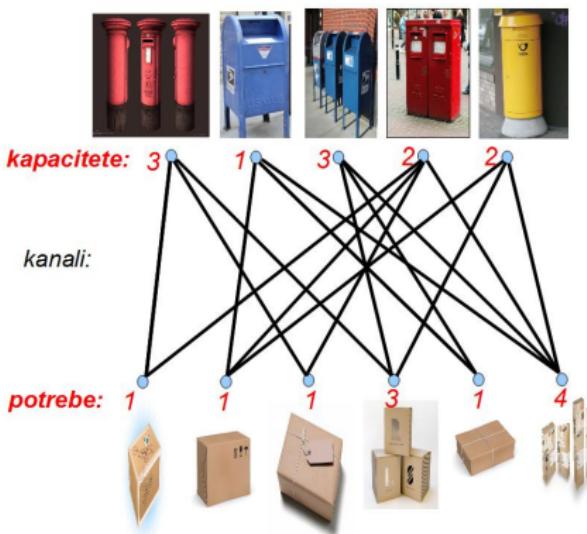
Naj bodo dane množici A, B , kanali med elementi A in elementi B ter funkciji kapacitet oziroma potreb f in g . Tedaj ima problem prenosa paketov ob danih pogojih rešitev natanko tedaj, ko za vsako podmožico $Y \subseteq B$ velja

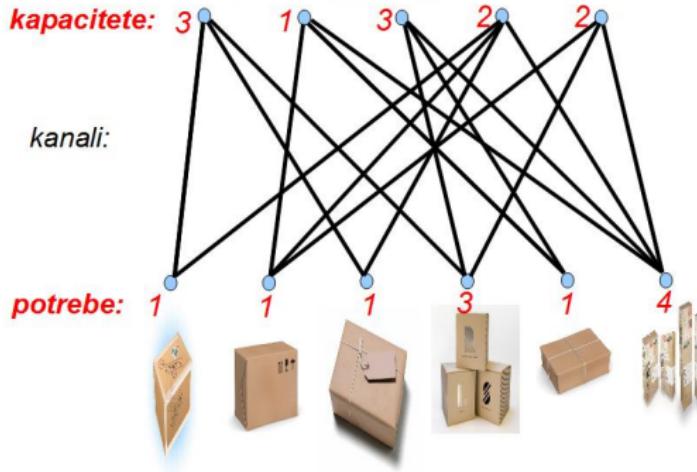
$$f(A, Y) \geq \sum_{y \in Y} g(y). \quad (1)$$

Izrek (Bokal, B., Jerebic, 2011)

Naj bodo dane množici A, B , kanali med elementi A in elementi B ter funkciji kapacitet oziroma potreb f in g . Tedaj ima problem prenosa paketov ob danih pogojih rešitev natanko tedaj, ko za vsako podmožico $Y \subseteq B$ velja

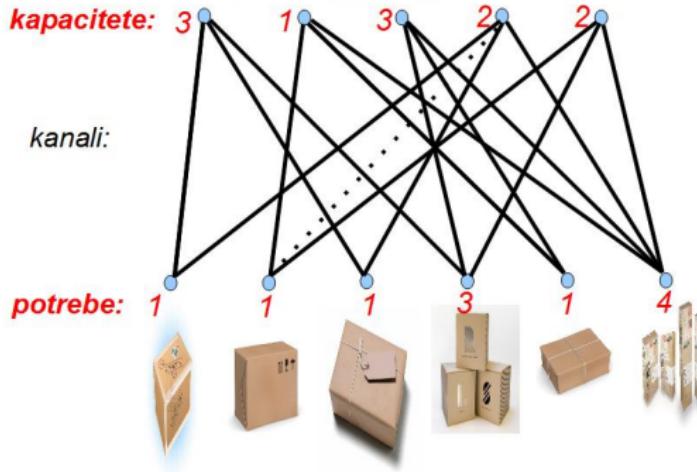
$$f(A, Y) \geq \sum_{y \in Y} g(y). \quad (2)$$





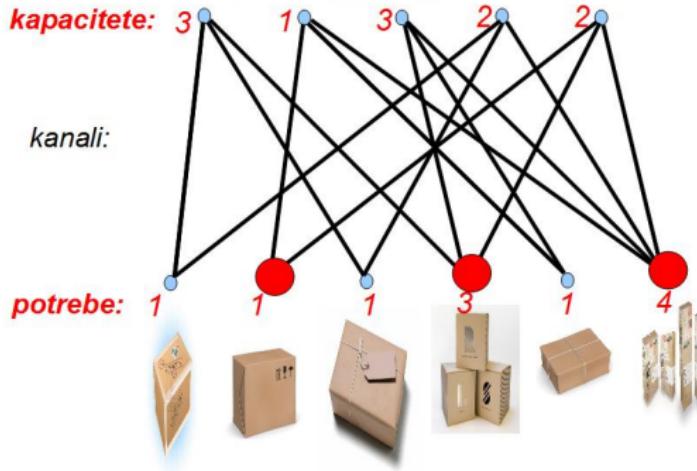
$$\sum_{y \in Y} g(y) = 8$$

$$f(A, Y) = 7$$



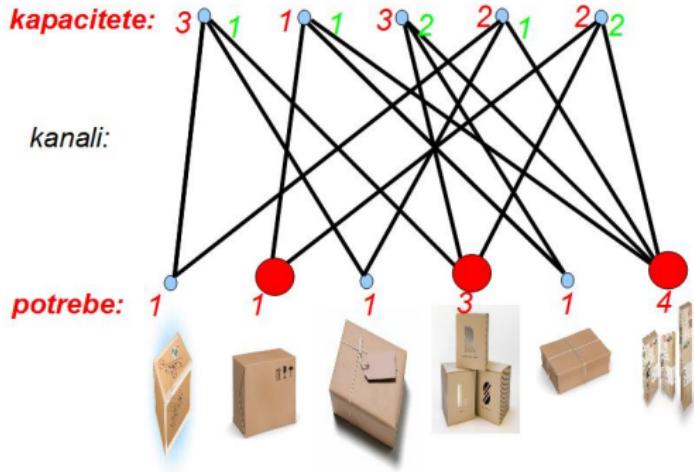
$$\sum_{y \in Y} g(y) = 8$$

$$f(A, Y) = 7$$



$$\sum_{y \in Y} g(y) = 8$$

$$f(A, Y) = 7$$



$$\sum_{y \in Y} g(y) = 8$$

$$f(A, Y) = 7$$

Razporeditev poslov (opravil)

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

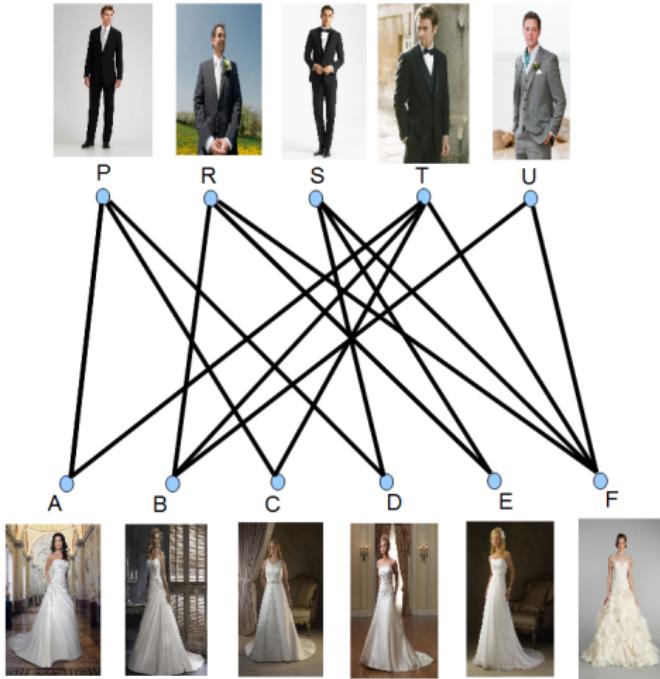
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Cilj: uravnoteženje bremen!

Razporeditev poslov (opravil)

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

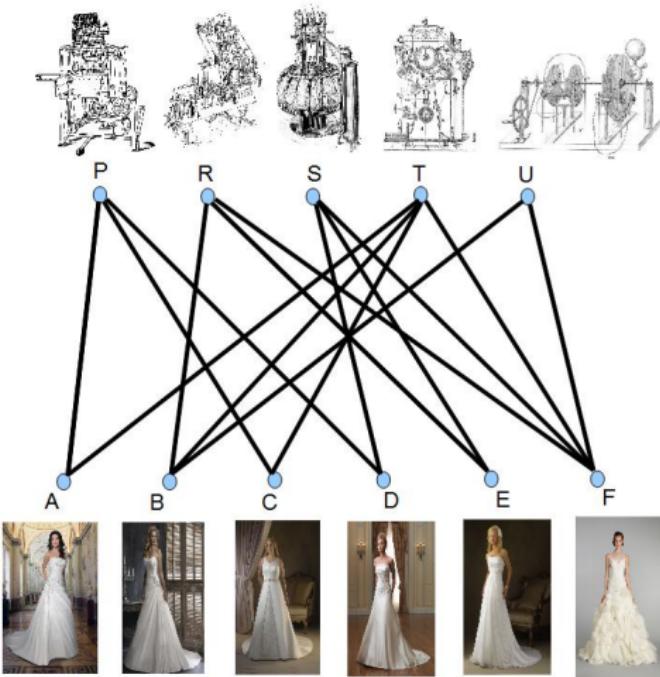
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Cilj: uravnoteženje bremen!

Razporeditev poslov (opravil)

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

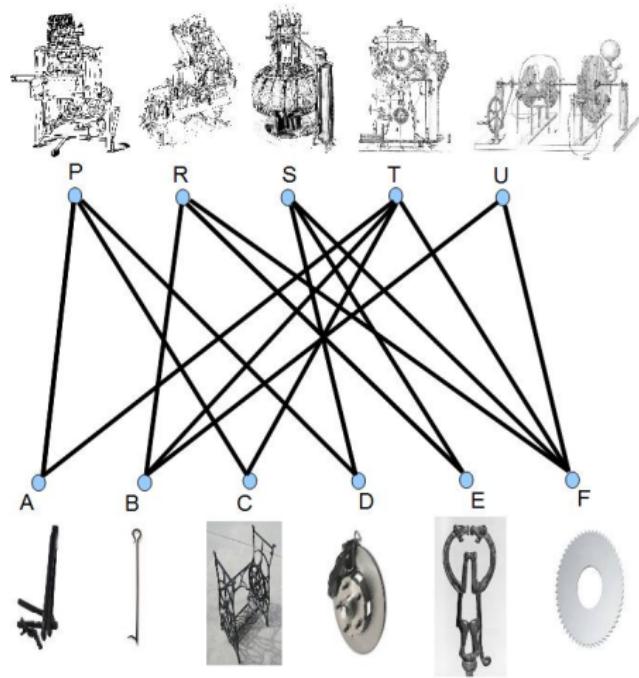
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščna
senzorska
omrežja



Cilj: uravnoteženje bremen!

Razporeditev poslov (opravil)

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

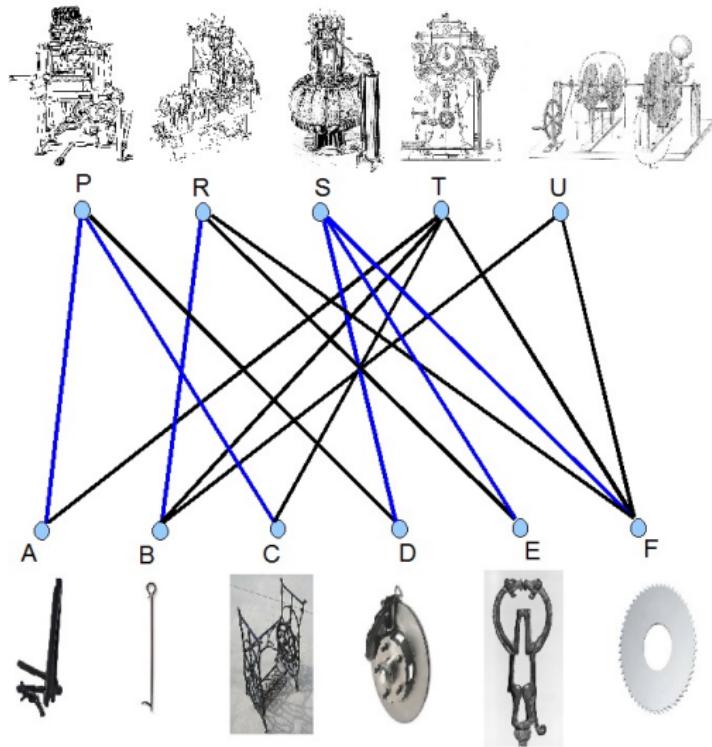
Halov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščna
senzorska
omrežja



Cilj: uravnovešenje bremen!

Razporeditev poslov (opravil)

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

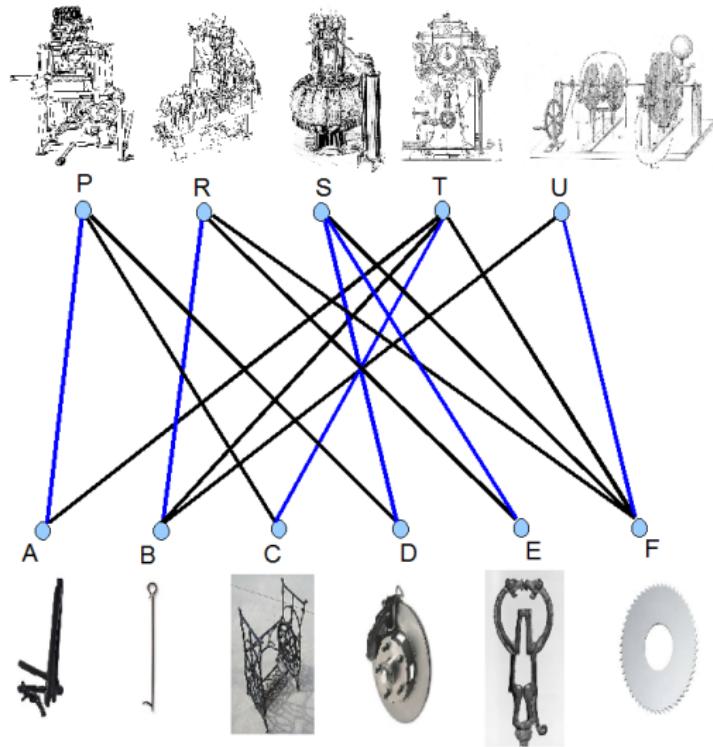
Halov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Cilj: uravnoteženje bremen!

Razporeditev poslov (opravil)

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

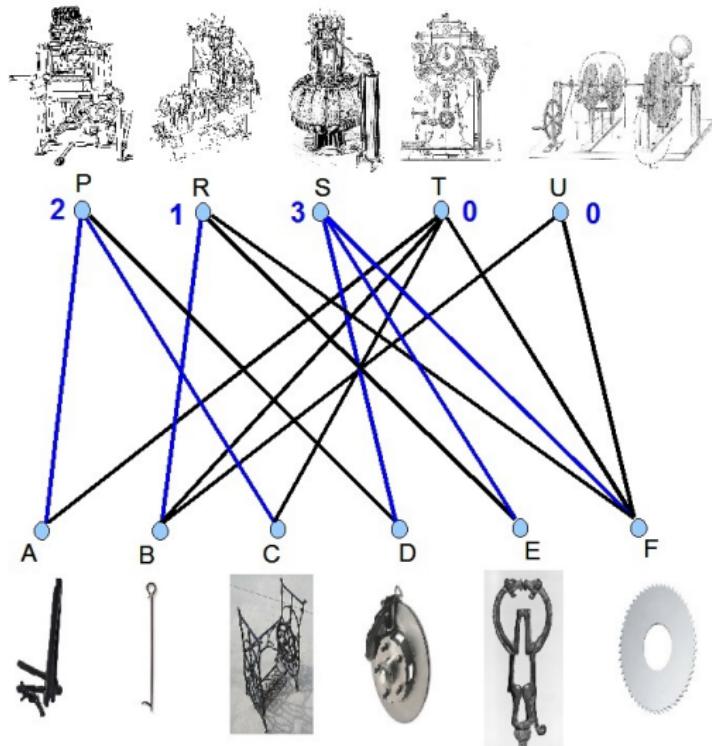
Halov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščna
senzorska
omrežja



Cilj: uravnoteženje bremen!

Razporeditev poslov (opravil)

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

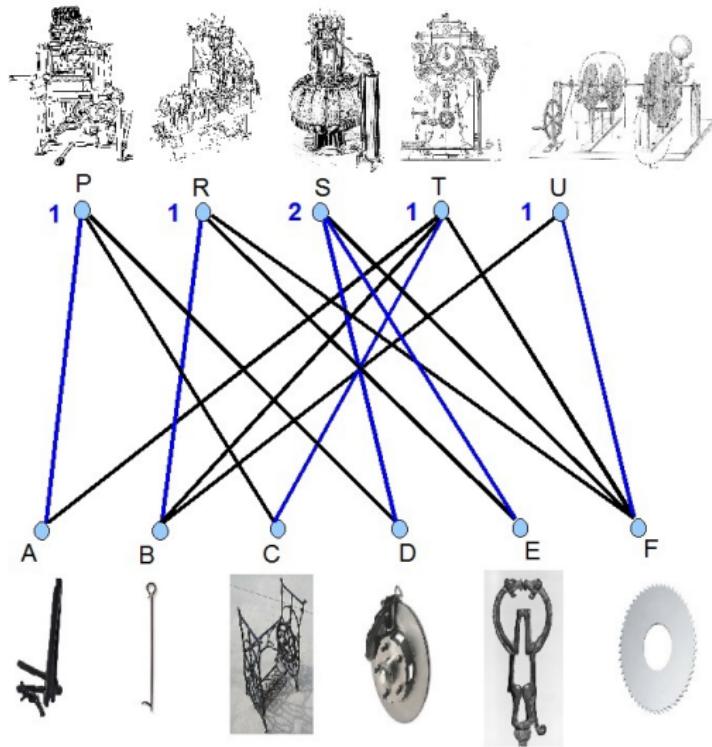
Halov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Cilj: uravnovešenje bremen!

Brezžična senzorska omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

**Brezžična
senzorska
omrežja**

- Pridobivanje podatkov s težje dostopnih terenov
- Ugodna cena.
- Takojšnji dostop do podatkov.

Brezžična senzorska omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

- Pridobivanje podatkov s težje dostopnih terenov
- Ugodna cena.
- Takojšnji dostop do podatkov.

Brezžična senzorska omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

- Pridobivanje podatkov s težje dostopnih terenov
- Ugodna cena.
- Takojšnji dostop do podatkov.

Brezžična senzorska omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Halov poročni
izrek

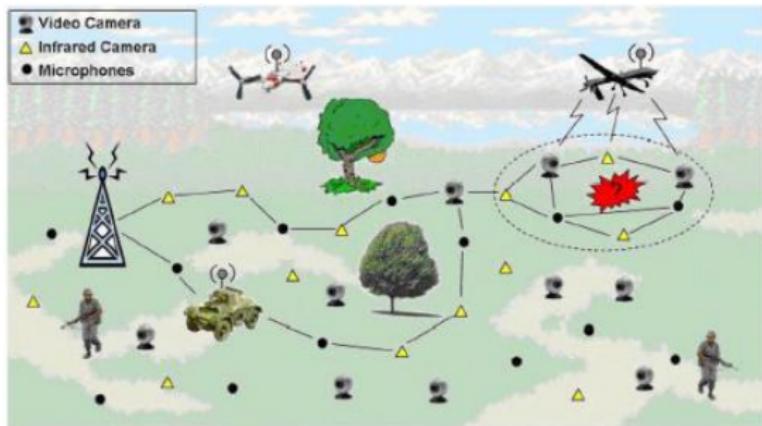
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

- Pridobivanje podatkov s težje dostopnih terenov
- Ugodna cena.
- Takošnji dostop do podatkov.



Brezžična senzorska omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Halov poročni
izrek

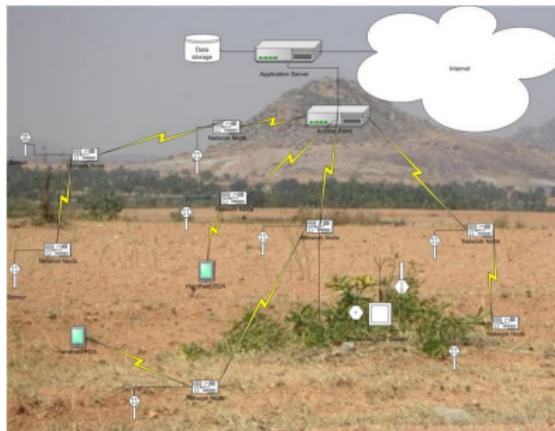
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

- Pridobivanje podatkov s težje dostopnih terenov
- Ugodna cena.
- Takošnji dostop do podatkov.



Senzorska enota - deli

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

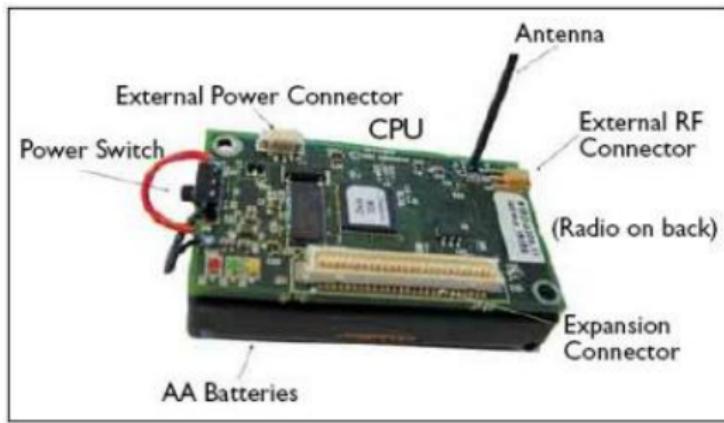
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

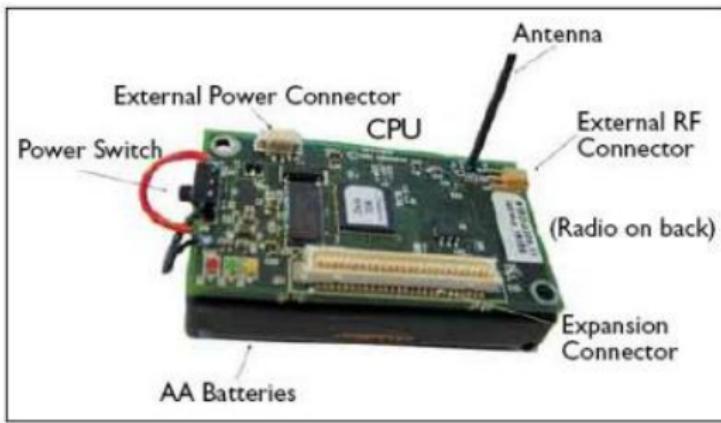
Brezžična
senzorska
omrežja

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolici.)
- baterije
- napajanje
- preprost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



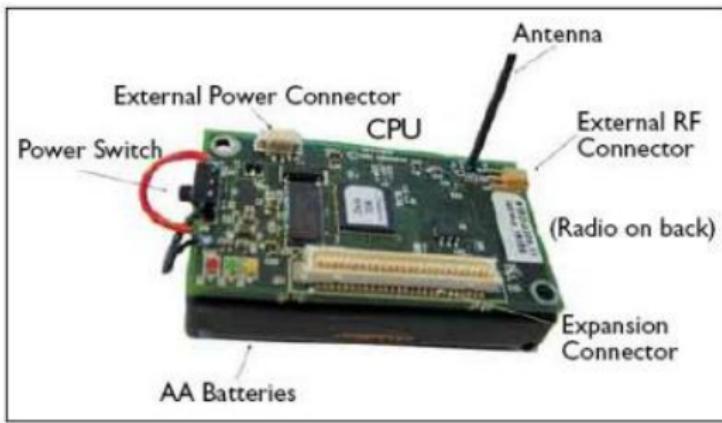
Senzorska enota - deli

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- preprost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



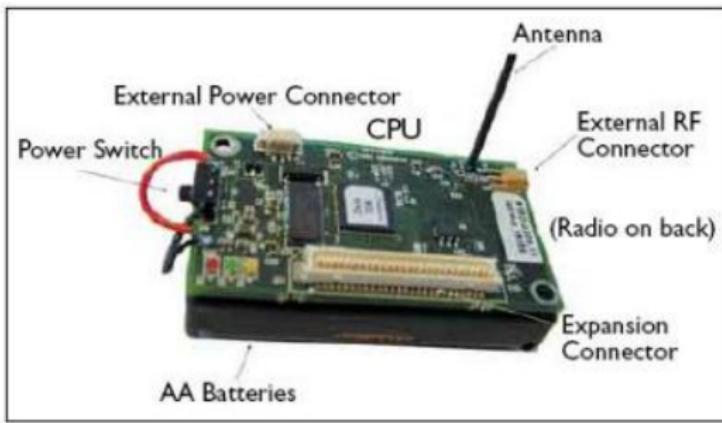
Senzorska enota - deli

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- preprost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



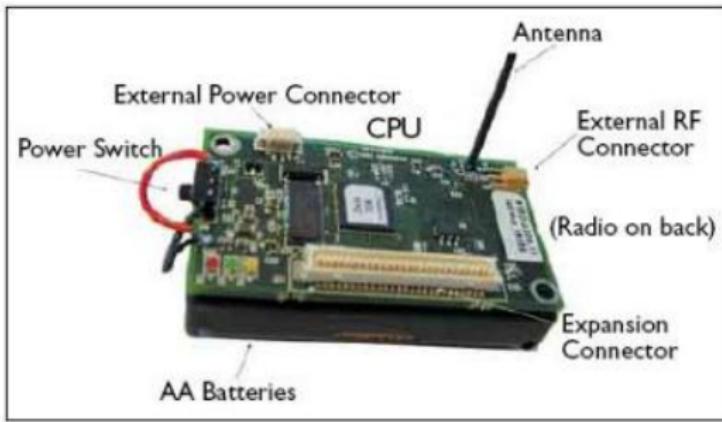
Senzorska enota - deli

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- prost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



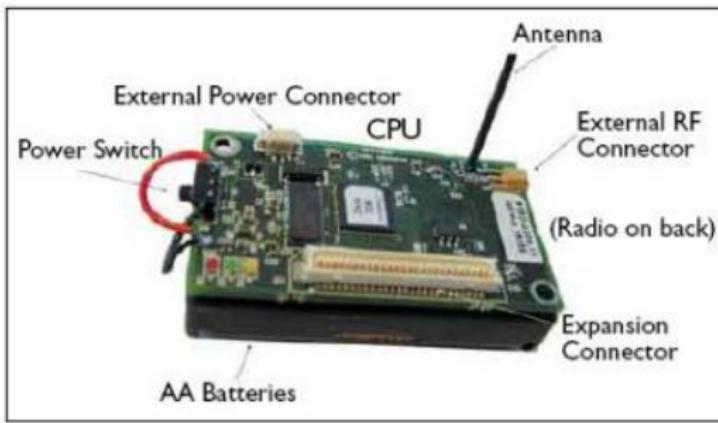
Senzorska enota - deli

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- prost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



Senzorska enota - deli

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- preprost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



Senzorska enota

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

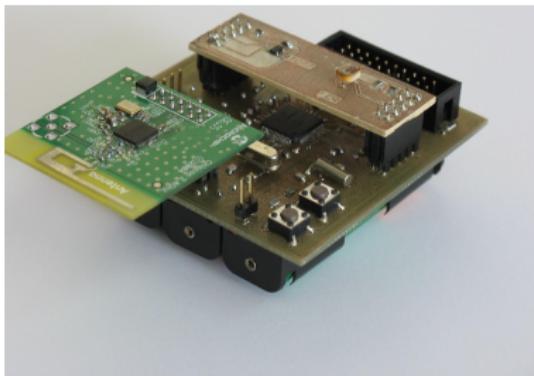
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

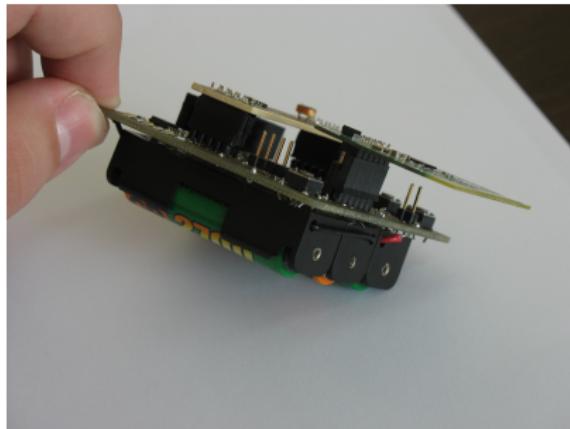
Brezžična
senzorska
omrežja

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- preprost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



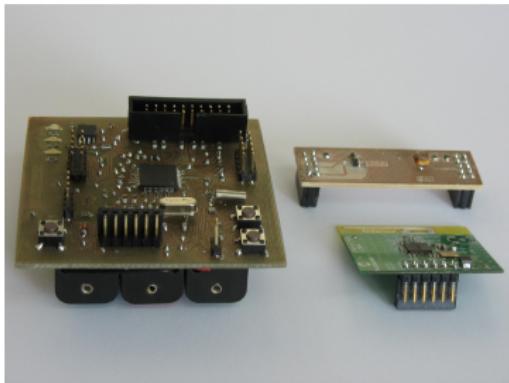
Senzorska enota

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- preprost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



Senzorska enota

- senzor (za zaznavanje podatkov v okolini.)
- baterije
- napajanje
- preprost procesor
- komunikacijska antena (sprejem in oddajanje).



Senzorji zaznajo dogajanje v okolici ...

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

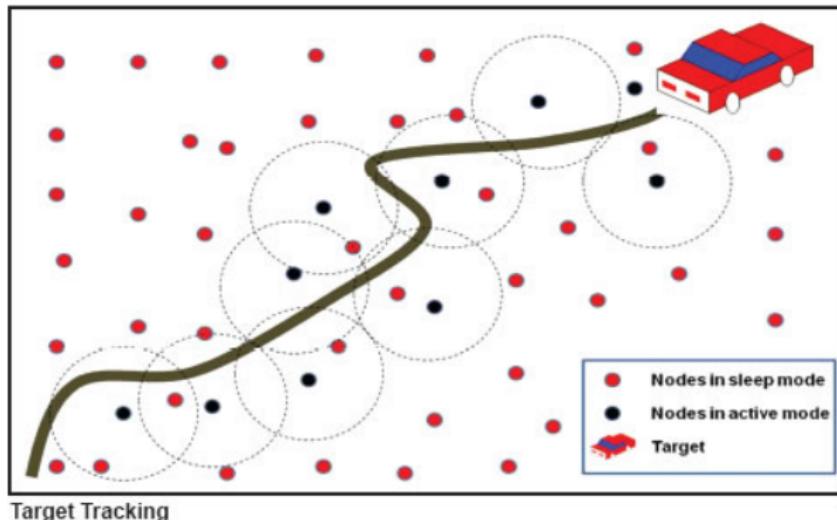
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



ga prenesejo preko drugih senzorskih enot

Senzorska omrežja,
načrtovanje porok, ...

Povzetek

Načrtovanje porok

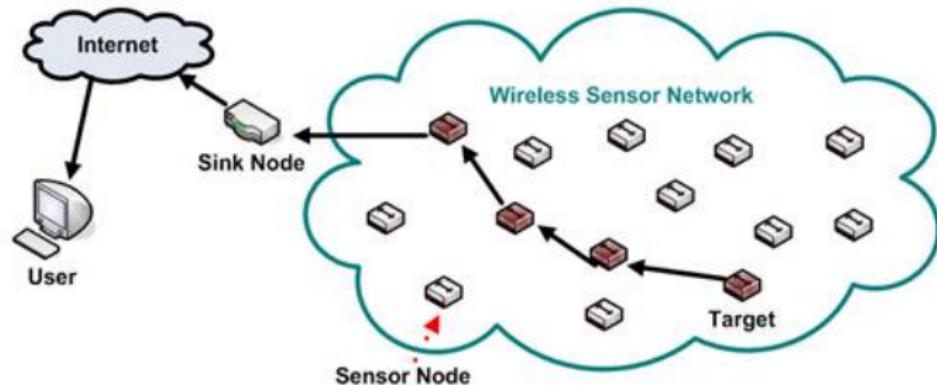
Halov poročni izrek

Latinski kvadrati in pravokotniki

Prenos paketov

Razporeditev poslov

Brezžična senzorska omrežja



do vozlišča na robu območja (ponor)
in od tam preko interneta do uporabnika.

ga prenesejo preko drugih senzorskih enot

Senzorska omrežja,
načrtovanje porok, ...

Povzetek

Načrtovanje porok

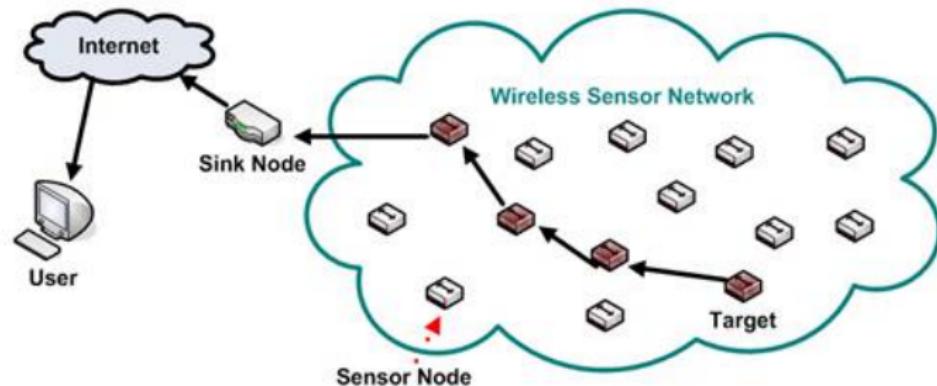
Halov poročni izrek

Latinski kvadrati in pravokotniki

Prenos paketov

Razporeditev poslov

Brezžična senzorska omrežja



do vozlišča na robu območja (ponor)
in od tam preko interneta do uporabnika.

ga prenesejo preko drugih senzorskih enot

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

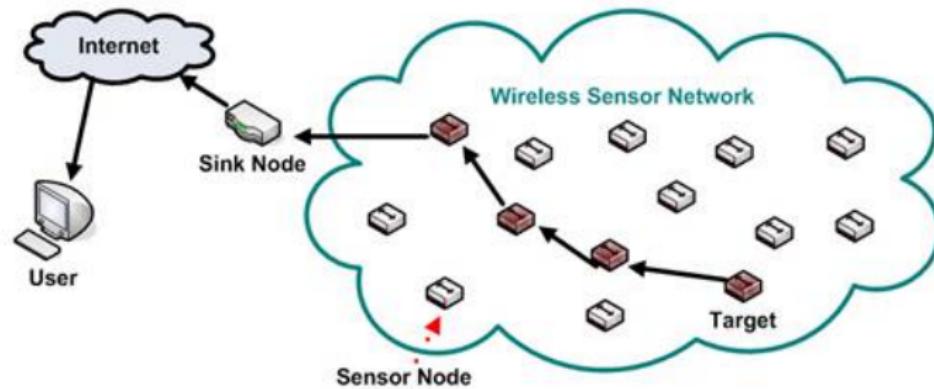
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



do vozlišča na robu območja (ponor)
in od tam preko interneta do uporabnika.

ga prenesejo preko drugih senzorskih enot

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

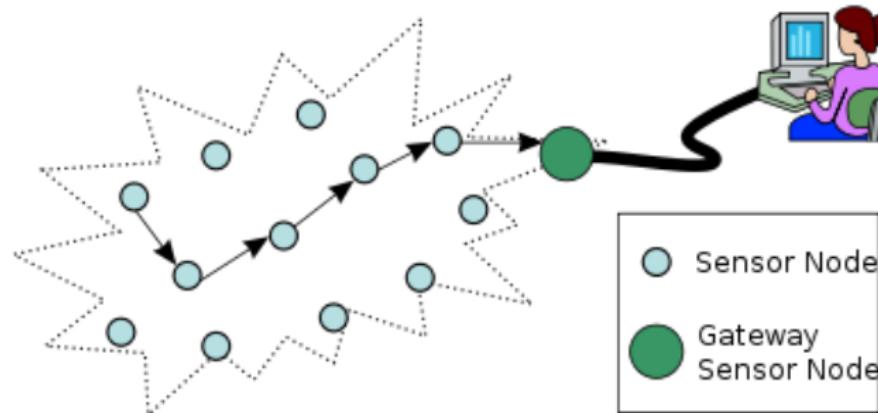
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



do vozlišča na robu območja (ponor)
in od tam preko interneta do uporabnika.

Vzpostavitev senzorskega omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

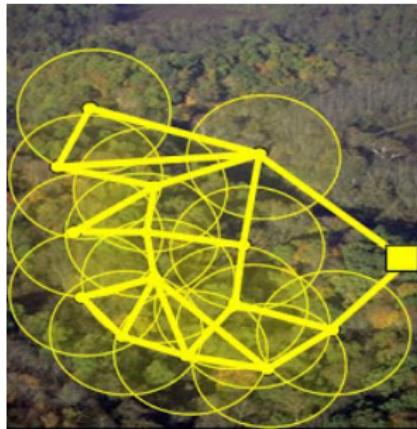
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

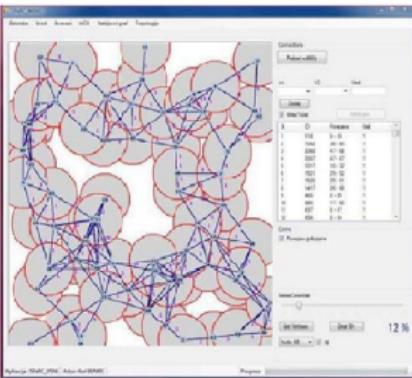
Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



1. faza: medsebojno prepoznavanje senzorskih enot.
 2. faza: vzpostaviti algoritem usmerjanja - prenos podatkov od vozlišč do ponora.
- Naš pristop: CDMA
- ukoreninjeno omrežje s ponorom kot korenom;
 - uravnoteženje bremen v omrežju.

Vzpostavitev senzorskega omrežja

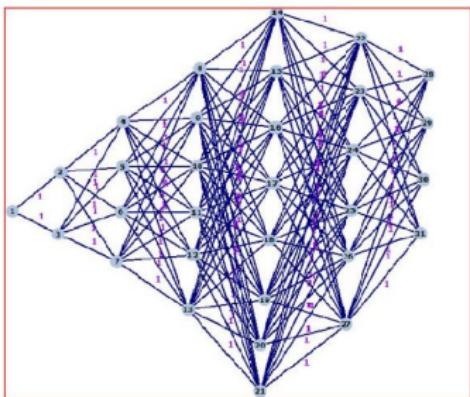


1. faza: medsebojno prepoznavanje senzorskih enot.
2. faza: vzpostaviti algoritem usmerjanja - prenos podatkov od vozlišč do ponora.

Naš pristop: CDMA

- ukoreninjeno omrežje s ponorom kot korenom;
- uravnoteženje bremen v omrežju.

Vzpostavitev senzorskega omrežja



1. faza: medsebojno prepoznavanje senzorskih enot.
 2. faza: vzpostaviti algoritem usmerjanja - prenos podatkov od vozlišč do ponora.
- Naš pristop: CDMA
- ukoreninjeno omrežje s ponorom kot korenom;
 - uravnoteženje bremen v omrežju.

Med dvema nivojema

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

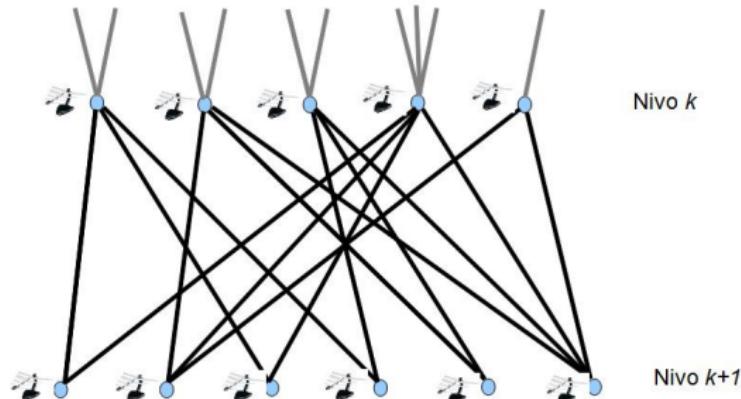
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Različne potrebe vozlišč, uravnovešenje gornjega nivoja.

Med dvema nivojema

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

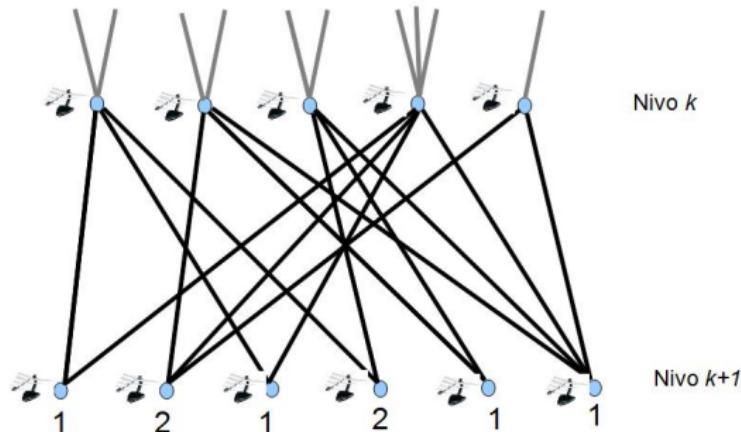
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Različne potrebe vozlišč, uravnovešenje gornjega nivoja.

Med dvema nivojema

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

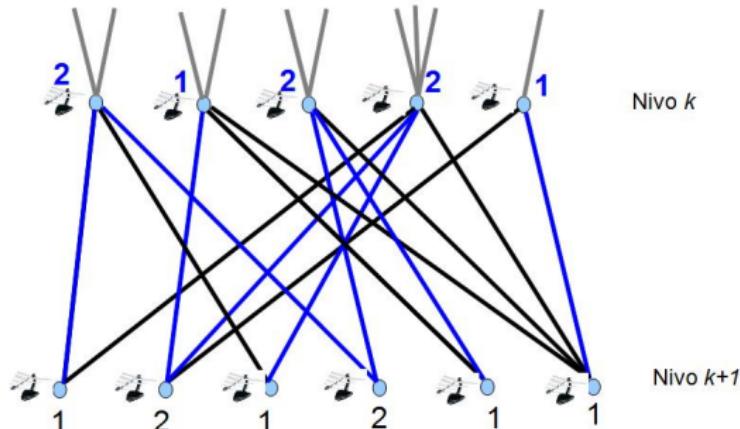
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Različne potrebe vozlišč, uravnovešenje gornjega nivoja.

Kvaziprirejanje med dvema nivojema omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

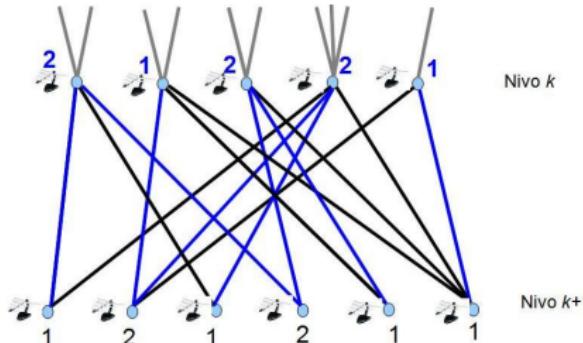
Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Definicija

A in B množici vozlišč dveh nivojev, $g: B \rightarrow \mathbb{N}$ funkcija potreb spodnjega nivoja. Množico povezav F med elementi A in B imenujemo **g -kvaziprirejanje**, če ima vsak element $v \in B$ vsaj $g(v)$ povezav iz F .

Pri tem je g -kvaziprirejanje F **minimalno**, če je najmanjše možno v leksikografskem (abecednem) smislu.



Kvaziprirejanje med dvema nivojema omrežja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

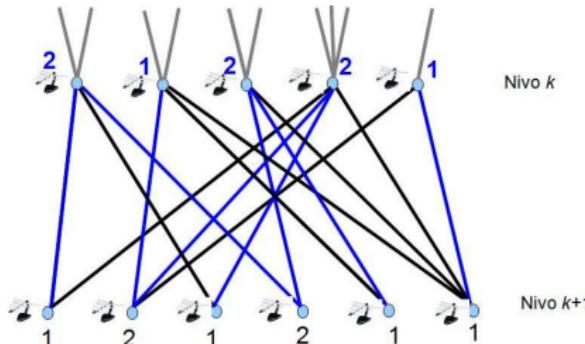
Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Definicija

A in B množici vozlišč dveh nivojev, $g: B \rightarrow \mathbb{N}$ funkcija potreb spodnjega nivoja. Množico povezav F med elementi A in B imenujemo **g -kvaziprirejanje**, če ima vsak element $v \in B$ vsaj $g(v)$ povezav iz F .

Pri tem je g -kvaziprirejanje F **minimalno**, če je najmanjše možno v leksikografskem (abecednem) smislu.



Alternirajoča pot

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

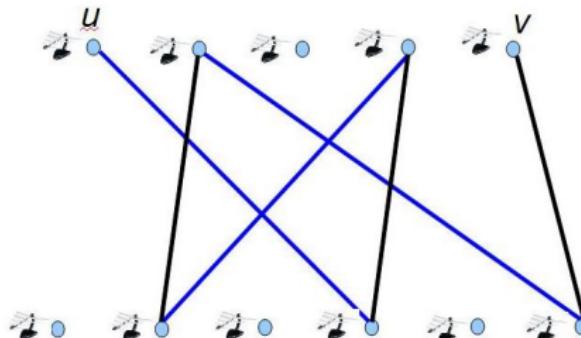
Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Definicija

Dani sta množici vozlišč dveh nivojev A in B , povezave med
nivojema in kvaziprirejanje F .

Pot od vozlišča $u \in A$ do vozlišča $v \in A$ je F -**alternirajoča
pot**, če so povezave na njej izmenično iz F in izven F .



Padec (alternirajoče) poti

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

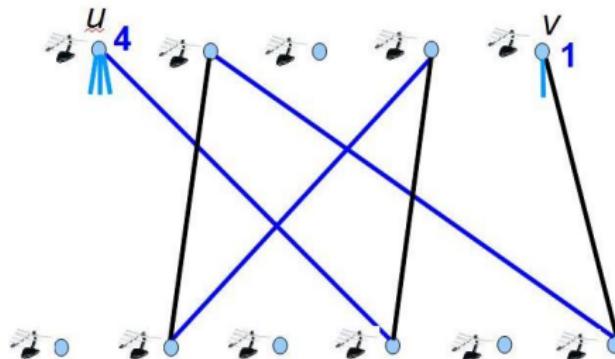
Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Definicija

Padec (F -alternirajoče) poti od u do v je $d_F(u) - d_F(v)$, kjer je $d_F(x)$ število F -povezav, ki izhajajo iz vozlišča x .



Minimalno kvaziprirejanje med nivojema

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

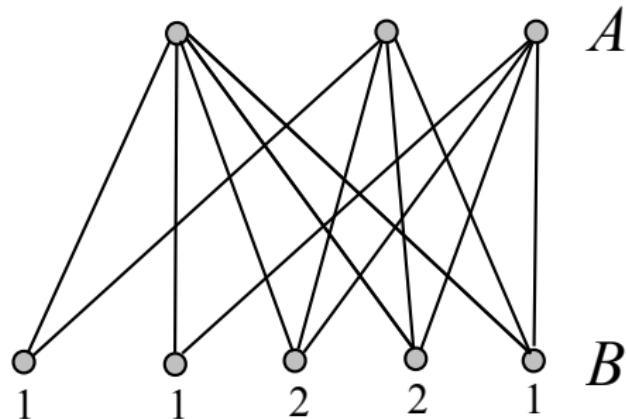
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščna
senzorska
omrežja

Izrek (Bokal, B., Jerebic, 2011): Kvaziprirejanje F je minimalno g -kvaziprirejanje, če in samo če ima vsaka F -alternirajoča pot v G padec največ 1.



Minimalno kvaziprirejanje med nivojema

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

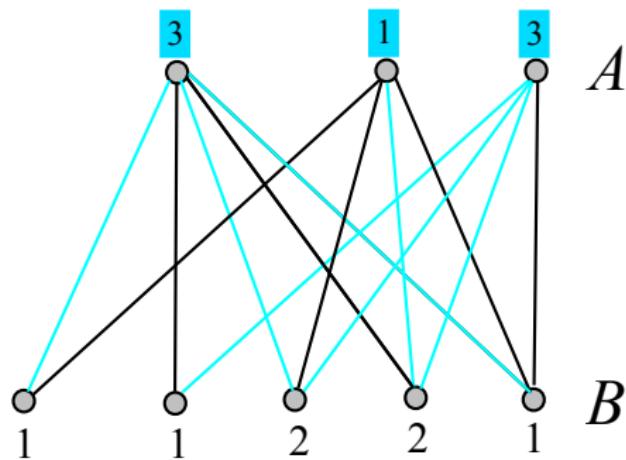
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Izrek (Bokal, B., Jerebic, 2011): Kvaziprirejanje F je minimalno g -kvaziprirejanje, če in samo če ima vsaka F -alternirajoča pot v G padec največ 1.



Minimalno kvaziprejanje med nivojema

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

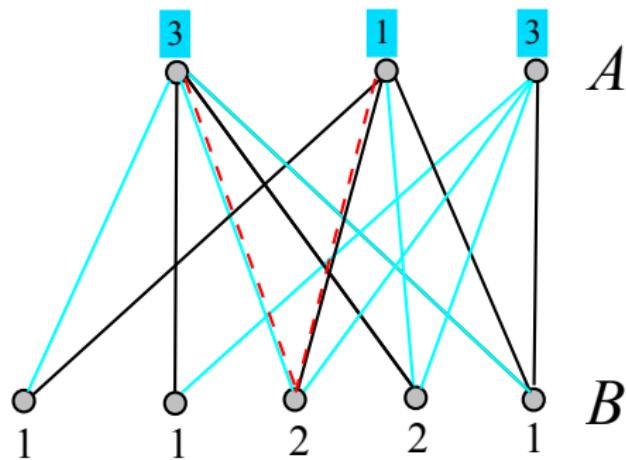
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Izrek (Bokal, B., Jerebic, 2011): Kvaziprejanje F je minimalno g -kvaziprejanje, če in samo če ima vsaka F -alternirajoča pot v G padec največ 1.



Minimalno kvaziprirejanje med nivojema

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

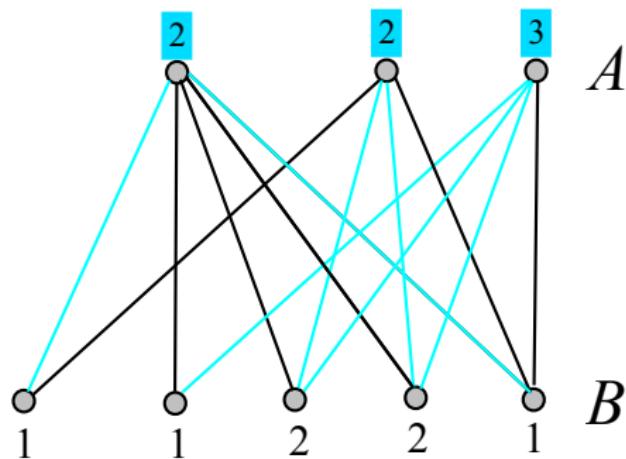
Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščna
senzorska
omrežja

Izrek (Bokal, B., Jerebic, 2011): Kvaziprirejanje F je minimalno g -kvaziprirejanje, če in samo če ima vsaka F -alternirajoča pot v G padec največ 1.



Algoritem Iterativna konstrukcija g -kvaziprirejanja

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezščna
senzorska
omrežja

-
- 1: Set $i = 0$, $\ell = 0$.
 - 2: Set $F_i = \emptyset$, $B_\ell = \emptyset$, $G_\ell = \emptyset$.
 - 3: **while** $\ell \leq n$ **do**
 - 4: $\ell = \ell + 1$.
 - 5: Set $B_\ell = B_{\ell-1} \cup \{b_\ell\}$.
 - 6: Set $G_\ell = G[B_{\ell-1} \cup A]$.
 - 7: $c = 0$.
 - 8: **while** $c < g(b_\ell)$ **do**
 - 9: $i = i + 1$, $c = c + 1$.
 - 10: Set P_{i-1} to be an F_{i-1} -augmenting path in G_ℓ from b_ℓ to $a \in A$ with smallest possible degree $d_{F_{i-1}}(a)$.
 - 11: Set $F_i = F_{i-1} \oplus E(P_{i-1})$.
 - 12: **end while**
 - 13: **end while**
 - 14: **return** F_i .

Uporaba v senzorskih omrežij

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

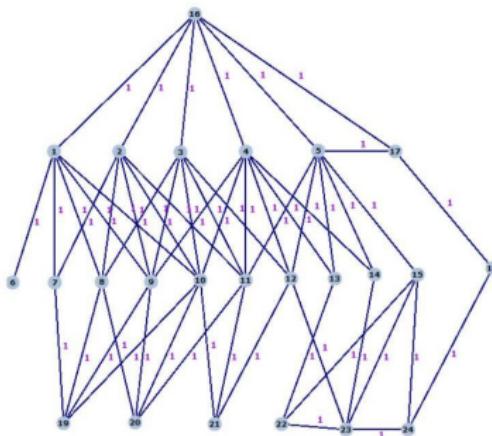
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Uporaba v senzorskih omrežij

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

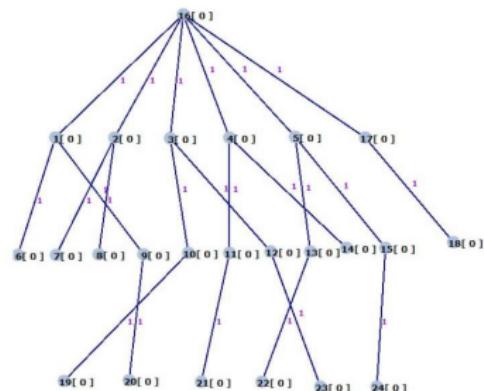
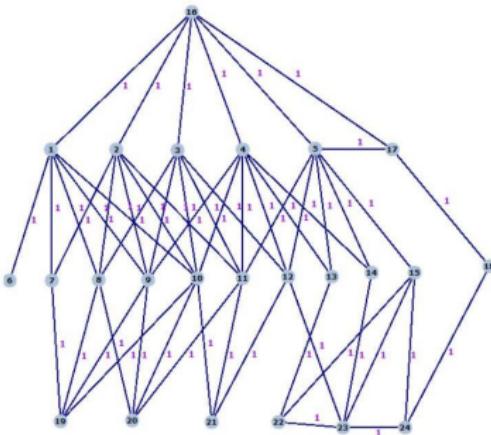
Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja



Hvala

Senzorska
omrežja,
načrtovanje
porok, ...

Povzetek

Načrtovanje
porok

Hallov poročni
izrek

Latinski
kvadrati in
pravokotniki

Prenos
paketov

Razporeditev
poslov

Brezžična
senzorska
omrežja

Hvala za pozornost!