O številu π

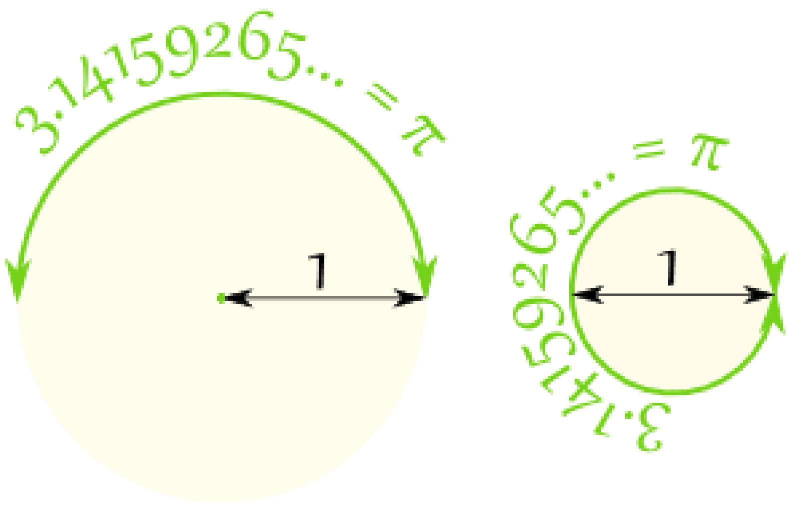
Klavdija Kutnar, UP Famnit & UP Iam

14. 3. 2014

π

je matematična konstanta, ki jo imenujemo tudi

- Arhimedova konstanta ali
- Ludolfovo število ali
- krožna konstanta ali krožno število.



Razmerje med obsegom in premerom kroga

π

Oznako krožne konstante z grško črko π (*pi*) je prvi predlagal William Jones leta 1706, in sicer ker je to prva črka grške besede

περιφερεια

(obod, krog).

Zasluge za uveljavitev te oznake pripisujemo Eulerju (1707-1783).

π

Stavba oddelka za matematiko na FU Berlin, februar 2014

Foto: Miha Peroša

π

Lambert, 1761: Število π je iracionalno, t.j. ne moremo ga zapisati kot razmerje dveh celih števil.

Približki:

- 3,14 (*Dan pi - 14. marec*)
- 22/7=3,14285714 (*Dan pi - 22. julij*)
- 355/113=3,14159292035

Vrednost števila π točna na prvih štiriinšestdeset števk je

3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 592…

π

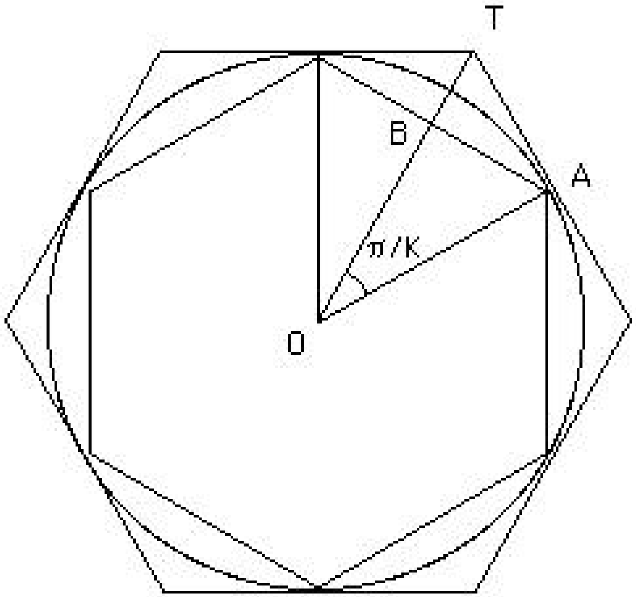
3,14159 26535 8979

Računanje točnih decimalk števila π skozi zgodovino:

- Določanja te konstante se je prvi sistematično lotil Arhimed (225 pr. n. št.). Z izračunom ploščine krogu včrtanega in očrtanega 96-kotnika je določil zgornjo in spodnjo mejo intervala, na katerem leži število π. Njegova zgornja meja 22/7 je v uporabi še danes. Njegova spodnja meja: 223/71.

π

Arhimedova metoda:



OA = 1
AB = sin(π/K)
AT = tan(π/K)
where $K = 3 \times 2^{n-1}$

$\cos(60°) = 1/2$ $\sin(60°) = \sqrt{3}/2$ $\tan(60°) = \sqrt{3}$	$\cos(30°) = \sqrt{3}/2$ $\sin(30°) = 1/2$ $\tan(30°) = 1/\sqrt{3}$	$\cos(45°) = \sqrt{2}/2$ $\sin(45°) = \sqrt{2}/2$ $\tan(45°) = 1$

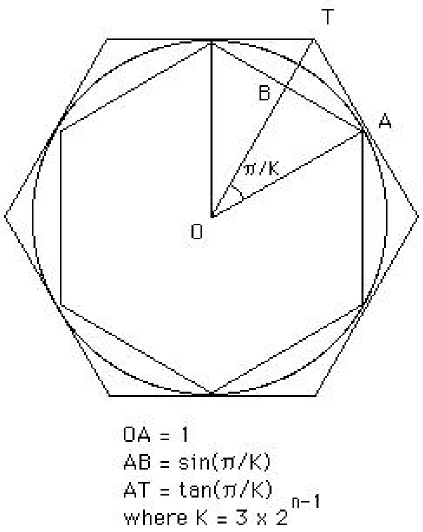
3,14159 26535 8979

π

Arhimedova metoda:

Krogu s polmerom 1

- včrtamo $3x2^{n-1}$-kotnik in obsegom $2b_n$;
- očrtamo $3x2^{n-1}$-kotnik in obsegom $2a_n$.



To nam da naraščajoče (b_n) in padajoče (a_n) zaporedje, oba z limito π.

Z uporabo trigonometrije dobimo

$$a_n = K\,\mathrm{tg}(\pi/K),\ b_n = K\sin(\pi/K), \text{ kjer je } K=3 \times 2^{n-1}.$$

3,14159 26535 8979

π

$a_{n+1} = 2K\,\mathrm{tg}(\pi/2K)$ in $b_{n+1} = 2K\sin(\pi/2K)$

Uporaba trigonometričnih enačb:

$$
\begin{aligned}
\cos(2a) &= \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a) \\
\sin(2a) &= 2\sin(a)\cos(a) \\
\tan(2a) &= \frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\cos^2(a) &= \frac{1}{2}\big(1+\cos(2a)\big) \\
\sin^2(a) &= \frac{1}{2}\big(1-\cos(2a)\big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\tan\left(\frac{a}{2}\right) &= \frac{1-\cos(a)}{\sin(a)} \\
\tan\left(\frac{a}{2}\right) &= \frac{\sin(a)}{1+\cos(a)}
\end{aligned}
$$

Dobimo: $(1/a_n + 1/b_n) = 2/a_{n+1}$ in $a_{n+1}b_n = (b_{n+1})^2$

Arhimed je izračunal $b_6 < \pi < a_6$.

π

3,14159 26535 8979

Računanje točnih decimalk števila π skozi zgodovino:

- Van Ceulen, 1610: z Arhimedovo metodo in uporabo 2^{62}-kotnika izračunal število π na 35 mest natančno.
- Newton, 1666: 15 decimalk.
- Sharp, 1699: 71 točnih decimalk.

π

3,14159 26535 8979

- Machin, 1706: 100 točnih decimalk.
- De Lagny, 1719: 127 decimalk (112 točnih, 113. decimalka je napačna – namesto 8 je zapisano 7, vse naslednje so bile pravilne). 70 let so matematična besedila navajala de Lagnyjev približek z napako na 113. mestu.
- Vega, 1789 (objavljeno šele leta 1795): odkril de Lagnyjevo napako in izračunal 126 točnih decimalk.
- Vega, 1794: 136 točnih decimalk.
- Rutherford, 1841 (oz. morda neznani avtor že pred l. 1800): 152 točnih decimalk.

3,14159 26535 8979

π

Skoraj vsi postopki za računanje števila π do leta 1983 temeljijo na potenčni vrsti za arkus tanges (James Gregory 1671):

$$arctg x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$$

$$arctg 1 = \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$$

Leibnizova formula

3,14159 26535 8979

π

Rekord, 17. 10. 2011: Število π na 10 trilijonov decimalk natančno (Japonska programerja A.J. Yee & S. Kondo).

Računalnik sta pognala oktobra 2010. Pred tem je bil rekord 5 trilijonov decimalk.

1 trilijon = 10^{18} = 1.000.000.000.000.000.000

π

3,14159 26535 8979

Kako si zapomniti decimalke števila π?

How I need a drink, alcoholic of course, after the heavy lectures involving quantum mechanics.
(3,14159 26535 8979)

How I wish I could recollect pi easily today!
(3,14159 265)

May I have a large container of coffee, cream and sugar?
(3,14159 26535)

3,14159 26535 8979

π

Famnitov natečaj Piezija!

"Oko z roko v želji neutešeni

od straha briše sam rosno začetnik,

nadvladal algebre preproste vse ni,

tam zdihujoč želi pustit ta letnik.

..."

Avtor: Ivan Lisac, 136 decimalk, 135 pravilnih

"Kdo v kotu s teboj preživlja in popiva vsaki dan?" (3,141592653)

3,14159 26535 8979

Famnitov natečaj Piezija!

- 1. mesto: Ivan Lisac
- 2. mesto: Igor Cvetko
- 3. mesto: Katarina Černač
- 4. mesto: Leonard Štoka Sedmak

3,14159 26535 8979

π

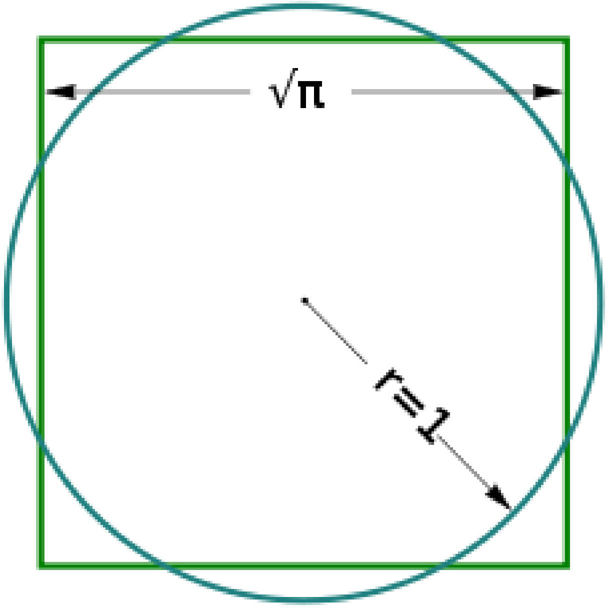
Tekmovanja v pomnjenju števila π!

Akira Haraguchi je leta 2006 brez napake zrecitiral 100,000 decimalk. Ta rekord v Guinnessovo knjigo rekordov še ni vpisan. Vpisan je rekord 67,890 decimalk.

V Sloveniji je naslov prvaka in slovenskega rekorderja leta 2012 prevzela gimnazijka Pia Kleva s 780 številkami. (Vir: Wikipedija)

Kvadratura kroga

Konstruiraj kvadrat, ki ima enako ploščino kot dani krog, in sicer le z uporabo ravnila in šestila.



π

Kvadratura kroga

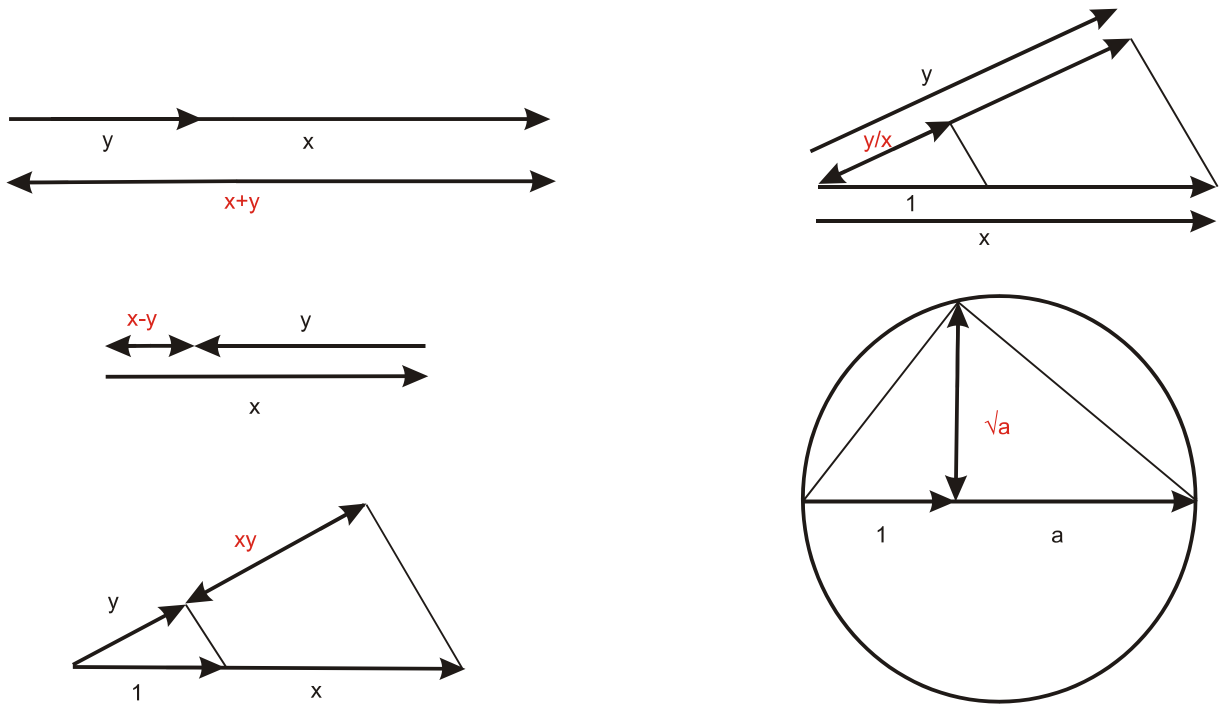
Če ima kvadrat enako ploščino kot krog s polmerom r, potem velja za stranico kvadrata:

$$a = r\sqrt{\pi}$$

Torej gre za vprašanje konstrukcije dolžine

$$\sqrt{\pi}$$

3,14159 26535 8979



Kvadratura kroga

Leta 1882 je bilo dokazano, da naloga s tem orodjem ni rešljiva.

To je posledica dejstva, da je π transcendentno število (Lindemann-Weierstrassov izrek).

π

Transcendentno število

Transcendentno število je vsako kompleksno število, ki ni algebrsko oziroma ni rešitev nobene polinomske enačbe oblike:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0 x^0 = 0,$$

kjer je n>o in so koeficienti a_i cela števila (ali enakovredno racionalna števila), ne vsa enaka o.

3,14159 26535 8979

π

Janez Keber, Slovar slovenskih frazemov, 2011:

kvadratura kroga / kar je nemogoče

Frazem kvadratura kroga temelji na geometrijskem terminu kvadratura kroga "konstrukcija (stranic) kvadrata z enako ploščino kot dani krog, ki naj bi bila izdelana z ravnilom in šestilom." Pomen frazema temelji na predstavi o praktični neuresničljivosti take konstrukcije.

3,14159 26535 8979

NEREŠLJIVA KVADRATURA KROGA

V tej državi ne obvladujemo strateškega načrtovanja in menedžmenta sprememb, projektnega pristopa in kolektivnega dela.

Mladina 7 | 18. 2. 2010

DELO

torek, 11.03.2014

Novice Gospodarstvo Šport Kultura Družba Mnenja D zgodb

Gospodarstvo Kvadratura kroga Wolfganga Schäubleja

Tweet 0 g+1 0 Recommend 0

Kvadratura kroga Wolfganga Schäubleja

»Krasni novi svet finančnih trgov se je je zrušil,« je Wolfgang Schäuble sredi novembra ugotavljal na evropskem bančnem kongresu v Frankfurtu na Majni. Novi nemški finančni minister je zagovornik novega urejanja razmerja med državami in trgi.

Peter Žerjavič
pon, 30.11.2009, 12:54

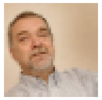
DELO

torek, 11.03.2014

Novice Gospodarstvo Šport Kultura Družba Mnenja

Mnenja Komentarji Bosanska kvadratura kroga

Tweet 0 g+1 0 Recommend 0



Dejan Vodovnik, Zagreb
ned, 09.02.2014, 21:00

Bosanska kvadratura kroga

Kako naj 13 vlad in 140 ministrov prepreči nemire? Morda pa nastajajo prav zaradi njih?

Ključne besede: Bosna, Sarajevo, protesti

Delo, sob. 12.12.2009
Tanja Starič

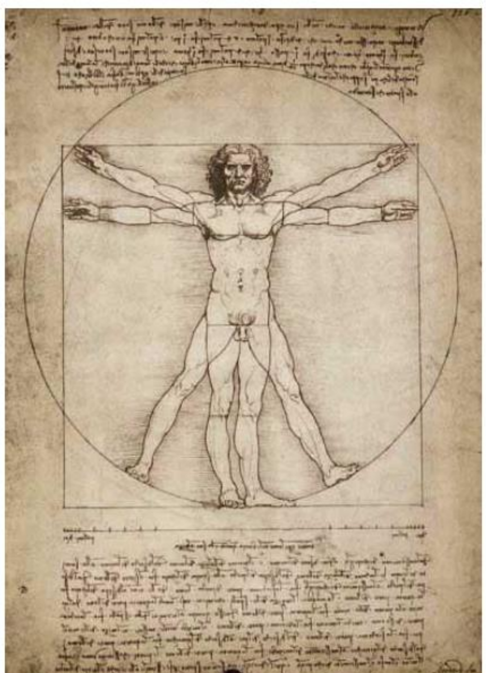
Kvadrature kroga
To je kvadratura kroga, pravi včasih predsednik vlade Borut Pahor, kadar ne ve odgovora na zapleteno politično dilemo. Kako naj, recimo, vlada zamenja nesposobne kadre ali pa zaposli katerega od svojih »zaslužnih« sopotnikov, ne da bi politično kadrovala.

π

3,14159 26535 8979

Prosojnica iz predavanj na FDV, ki jo je mogoče najti na spletu:

V/1. Leonardo da Vinci: človek, razpet v kvadratu in krogu, risba, 1490, po rimskem arhitektu Vitruviju (1. st. p. n. š.)



Kvadrat simbolizira Zemljo, krog Nebo. Človek je razpet med Nebom in Zemljo.

“Kvadratura kroga” v geometriji ni mogoča, ker je π *iracionalno* število (3,14159…), a vendar jo človeški um na “dialektični” ravni nenehno raz-rešuje.

pa še to:
ne spreglej
asimetričnih
elementov
te risbe

Naš, evropski
(po izvoru italijanski)
kovanec za 1 evro:
upajmo na rešitev
ekonomsko-politične
“kvadrature kroga”.
Nota bene: na kovancu
zemeljski človek
“zakrije” nebeškega.

3,14159 26535 8979

NEWSTATESMAN

BOOKS

Squaring the circle

Charles Glass

Published 15 January 2009

"The war between George W Bush and Osama Bin Laden defeated both of its protagonists," says Gilles Kepel in his provocative study of the war on terror and the Middle East. But there's too much else to lose for America or the jihadis to withdraw from the conflict.

It's good to talk: posters showing Bush and Bin Laden shaking hands mysteriously appeared across Austria in 2006

Podvojitev kocke

Z uporabo ravnila brez merila in šestila v končno mnogo korakih konstruiraj kocko z dvakratno prostornino dane kocke.

Trisekcija kota

Z uporabo ravnila brez merila in šestila dani kot razdeli na tri enake dele.